2.4 Elastische Lagerung – elastische Bettung

2.4.1 Elastisch gebetteter Fundamentbalken

Neben der starren oder verschieblichen Lagerung kommen in der Praxis noch zahlreiche Systeme vor, welche elastisch, d. h. nachgiebig, gelagert sind. Dies trifft zum Beispiel für Gründungen zu, bei denen die Verformbarkeit des Baugrundes berücksichtigt werden sollte. Auch bei Tragwerken, die auf Elastomerlagern aufliegen, muss unter Umständen die Steifigkeit der Stützung bei der Berechnung angesetzt werden. Eine nachgiebige Lagerung kann wie folgt modelliert werden:

a) durch Federelemente,
b) durch Randelemente,
c) durch kontinuierlich gebettete Elemente,
d) durch ein räumliches Kontinuumsmodell.

Eine mögliche Reibung zwischen Boden und Gründungskörper kann durch Horizontalfedern abgebildet werden. Sofern es programmtechnisch möglich ist, können lineare oder nichtlineare Federkennlinien angesetzt werden. Nichtlineare Berechnungen sind z. B. erforderlich, falls unter einer bestimmten Einwirkung rechnerisch Zugspannungen im Boden auftreten würden.

Bei einer ausreichend feinen Elementierung liefern die Verfahren a)–c) die gleichen Ergebnisse. Der praktische Vorteil von Randelementen gegenüber diskreten Federn liegt darin, dass der Bettungsmodul nicht von der Länge der Elemente abhängt. Bei der elastischen Lagerung durch Federn muss der Abstand a der Federn (siehe Bild 2-31) bei der Berechnung der einzelnen Federsteifigkeiten berücksichtigt werden. Kontinuierlich gebettete Elemente werden vor allem bei Platten verwendet, da hier die Bettung direkt im Elementansatz berücksichtigt werden kann (siehe Abschnitt 4.9).

Alle oben genannten Diskretisierungsmöglichkeiten außer dem Kontinuumsmodell basieren auf dem Bettungsmodulverfahren, bei welchem die Bodenreaktion proportional zur Setzung angenommen wird. Dabei werden die Mitwirkung des Bodens neben der Last bzw. die Schubsteifigkeit des Baugrundes nicht berücksichtigt. Die Verformung des Bodens wird hiermit nicht richtig erfasst, wie man bei einer konstanten Belastung sieht (Bild 2-32 links). Bei den in der Praxis meistens vorhandenen stark ungleichförmigen Einwirkungen kann dieser Fehler oftmals vernachlässigt werden. Bei der Bemessung von Flachgründungen ist jedoch zu beachten, dass eine konstante Belastung bei einem elastisch gebetteten Balken bzw. einer Platte keine Schnittgrößen erzeugt (siehe Bild 2-32 links). Bessere Ergebnisse werden durch eine

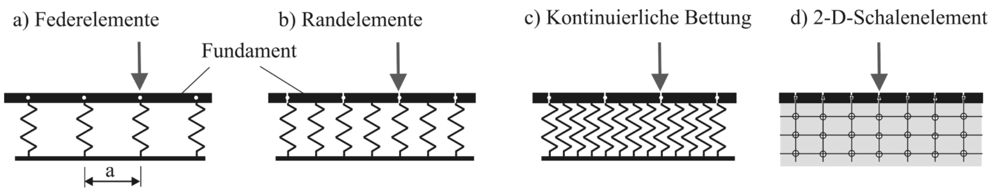


Bild 2-31 Modellierung einer nachgiebigen Stützung von Stabtragwerken

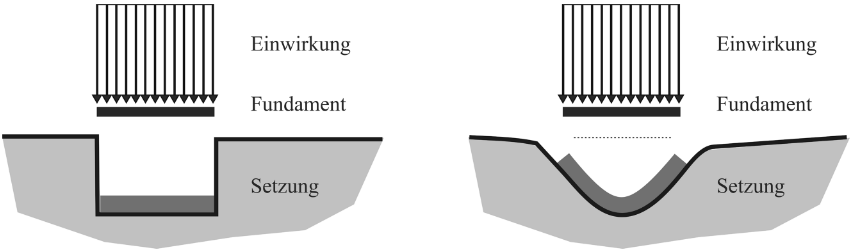


Bild 2-32 Verformung des Bodens: Bettungsmodulverfahren (links), Steifemodulverfahren (rechts)

Erhöhung des Bettungsmoduls am Plattenrand um den Faktor 2–4 erzielt [68]. Genauere Untersuchungen nach dem Steifemodulverfahren sind dieser ingenieurmäßigen Vorgehensweise vorzuziehen. Dieses Rechenmodell vermeidet die oben genannten Probleme. Es ist jedoch mit einem erheblich größeren Rechenaufwand verbunden. Die großen Unsicherheiten bezüglich der anzusetzenden Bodenkennwerte können damit auch nicht beseitigt werden.

Bei einer Lagerung durch Federn werden die Bodenreaktionen punktförmig in das System eingeleitet. Auch am Stabende ergibt sich daher eine Federkraft, die zu einer Querkraft im Stab führt (siehe Bild 2-33). Die Querkräfte im Stab sind somit nur für die Stabmitte exakt. Für die Bemessung können die Schnittgrößenlinien geglättet werden.

Die Länge der einzelnen Stabelemente hat einen wesentlichen Einfluss auf die Schnittgrößen. Daher wird im Weiteren auf diesen Aspekt näher eingegangen. Hierzu wird exemplarisch ein elastisch gebetteter Balken mit einem Rechteckquerschnitt von $b/h = 1{,}0/0{,}80$ m und einer Länge von $l = 5{,}0$ m unter den Lastfällen Gleichlast und Einzellast in Feldmitte betrachtet.

Zunächst wird eine sehr grobe Elementierung mit lediglich zwei Stäben und drei Federelementen gewählt. Vereinfachend wird für die beiden Randfedern eine Einflusslänge von 2,50 m/2 = 1,25 m und für die mittlere Feder von 2,50 m angenommen. Wie Bild 2-33 zeigt, ergeben sich mit diesem System auch unter Gleichlast erhebliche Biegemomente und Querkräfte, obwohl das Bettungsmodulverfahren bei einer konstanten Belastung keine Schnittgrößen liefern sollte. Die Schnittgrößen entsprechen aufgrund der punktförmigen Lagerung weitgehend denen eines zweifeldrigen Durchlaufträgers. Erst eine weitere Netzverdichtung führt zu richtigen Ergebnissen, wie Bild 2-34a zu entnehmen ist. In diesem Bild sind die Schnittgrößen sowie die Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit von der Anzahl der Stabelemente dargestellt.

Zunächst würde man vermuten, dass bei einem Fundamentbalken unter Einzellast eine größere Netzverdichtung notwendig ist als bei Gleichlast. Dies trifft jedoch nicht zu, wie die Parameterstudie in Bild 2-34b zeigt. Dargestellt sind die Schnittgrößen bei einer Stabanzahl von 2 bis 10 im Verhältnis zu den analytisch bestimmten Werten. Biegemoment und Verformung in Feldmitte werden mit nur sechs Stabelementen in Längsrichtung sehr genau bestimmt. Lediglich für die Querkraft ist eine größere Netzfeinheit erforderlich. Auf die Durchbiegung des Balkens hat die Netzeinteilung in beiden Fällen nur einen geringen Einfluss.

Wie die vorhergehenden Berechnungen zeigen, ergibt sich die maximale Stablänge bzw. der Abstand der Federn aus zwei Bedingungen:

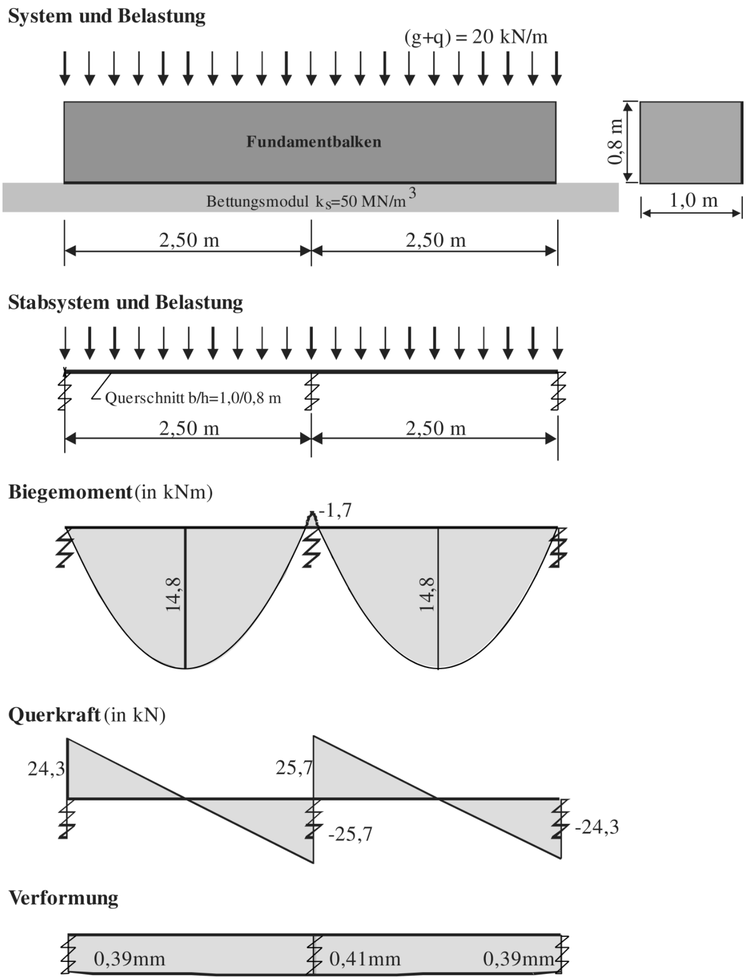


Bild 2-33 Balken auf Einzelfedern gelagert

- *Die Biegelinie und die Bodenreaktion müssen mit hinreichender Genauigkeit abgebildet werden.*

  Die erforderliche maximale Stablänge ist somit von der Form der Biegelinie und der Ansatzfunktion der Stab- bzw. Randelemente abhängig. Ist das Fundament sehr biegesteif, wie im obigen Beispiel, so kann die Biegelinie auch mit sehr wenigen Elementen hinreichend genau beschrieben werden.

  In der Literatur wird empfohlen, die Länge der einzelnen Stabelemente Δl in Abhängigkeit von der so genannten charakteristischen Länge L zu wählen. Für das obige Beispiel würde das bedeuten:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E_c \cdot I_c}{k_s \cdot b}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 32000 \cdot 0{,}8^3/12}{50 \cdot 1{,}0}} = 3{,}23 \text{ m}$$

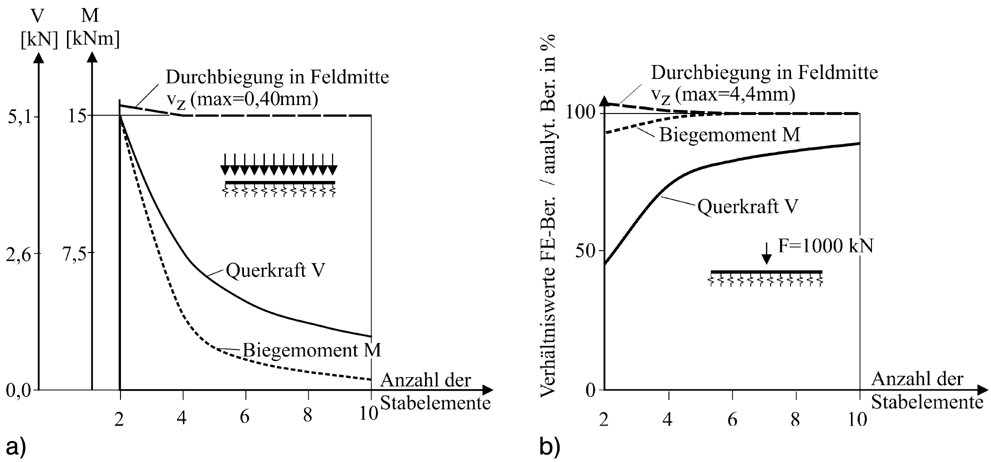
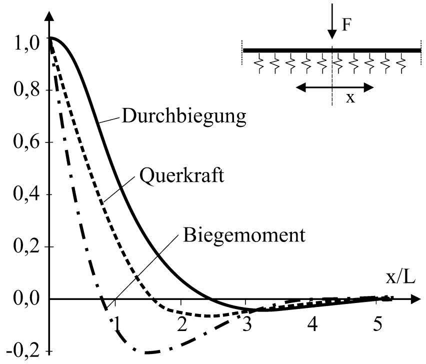


Bild 2-34 Schnittgrößen des Fundamentbalkens für verschiedene Stab- bzw. Federanzahl; a) Gleichlast, b) Einzellast



Biegelinie:

$$E_c \cdot I_c \cdot y(x) = \\ = \frac{F \cdot L^3}{8} \cdot e^{-x/L} \cdot [\cos(x/L) + \sin(x/L)]$$

Biegemoment:

$$M(x) = -E_c \cdot I_c \cdot y''(x) = \\ = \frac{F \cdot L}{4} \cdot e^{-x/L} \cdot [\cos(x/L) - \sin(x/L)]$$

Querkraft:

$$V(x) = -E_c \cdot I_c \cdot y'''(x) = \\ = -0{,}5 \cdot F \cdot e^{-x/L} \cdot \cos(x/L)$$

Bild 2-35 Normierte Verformung und Schnittgrößen eines unendlich langen elastisch gebetteten Balkens unter Einzellast

mit:
$E_c \cdot I_c$ = Biegesteifigkeit des Fundamentbalkens
b = Breite des Fundamentbalkens
k_s = Bettungsmodul

Diese Bedingung resultiert aus der Betrachtung eines unendlich langen elastisch gebetteten Fundamentbalkens unter Einzellast. Dessen Biegelinie weist im Abstand von $x/L = 3/4\,\pi$, $7/4\,\pi$, $11/4\,\pi$ usw. vom Lastangriffspunkt einen Nulldurchgang auf. Die Elementeinteilung muss nun so gewählt werden, dass abhängig vom Elementansatz die Durchbiegung hinreichend genau abgebildet wird (siehe Bild 2-35). Bei linearem Ansatz für die Verformungen sollte daher die Elementlänge nicht größer als ca. ¼ L gewählt werden. Bei quadratischen oder kubischen Ansatzfunktionen genügen weniger Elemente.

- *Der Verlauf der Schnittgrößen muss hinreichend genau abgebildet werden.*

  Der große Einfluss der Elementlänge auf die Stabquerkraft ist im Wesentlichen darauf zurückzuführen, dass das verwendete Modell von einem konstanten Querkraftverlauf innerhalb des Elementes ausgeht, falls keine Elementlasten vorhanden sind. Eine Netzverdichtung führt daher dazu, dass die Querkraftspitze unter der Last genauer abgebildet wird.

  Elastisch gebettete Balken weisen unter Einzellasten sehr große Biegemomente auf. Diese sind jedoch für die Bemessung nicht relevant, da singuläre Lasten in der Realität nicht vorhanden sind. Jede Last besitzt eine Aufstandsfläche, welche in der numerischen Berechnung auch angesetzt werden sollte. Damit der Querkraftverlauf hinreichend genau wiedergegeben wird, sollte die Lastfläche mindestens durch zwei Elemente abgebildet werden.

Bei den linearen Berechnungen nach dem Bettungsmodulverfahren ist weiterhin zu berücksichtigen, dass zwischen Boden und Fundament keine Zugkräfte auftreten können. Ergibt eine Berechnung eine klaffende Fuge, so ist die Bettung in diesem Bereich zu eliminieren. In diesem Fall ist jedoch eine Lastfallüberlagerung nicht mehr zulässig, was den Rechenaufwand erheblich vergrößert.

2.4.1.1 Einfluss des nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton

Die Berechnungen des vorherigen Abschnitts basierten sowohl für den Stahlbetonbalken als auch für den Boden auf einem linear-elastischen Materialverhalten. Nicht nur das komplexe Verformungsverhalten des Bodens, sondern auch die Steifigkeitsänderungen eines Betonbalkens bei Rissbildung im Zustand II können einen großen Einfluss auf die Schnittgrößen haben, wie die folgenden Berechnungen zeigen.

Es wird ein Streifenfundament mit einer Dicke von h = 60 cm und einer Breite von b = 5,0 m betrachtet (Bild 2-36). Die Berechnung erfolgt an einem 1 m langen Ersatzstreifen. Die Einwirkung besteht aus einer zentrischen Wandlast. Die Bauteilabmessungen und die Bettungszahl wurde so gewählt, dass unter einer zentrischen Belastung von q = 1.000 kN/m sinnvolle Ergebnisse sowohl für die Bewehrung als auch für die Setzungen erzielt werden.

Bild 2-37 zeigt die Schnittgrößen, Verformungen und die statisch erforderlichen Bewehrungsmengen sowohl für ein elastisches als auch für ein nichtlineares Materialverhalten des Stahlbetonbalkens. Bei der nichtlinearen Berechnung wurde die statisch erforderliche Bewehrung entsprechend den elastischen Biegemomenten angesetzt. Eine elastische Berechnung liefert ein Biegemoment unter der Wand von m = 520 kNm/m und eine maximale Setzung von v = 4,7 mm. Wird die Nichtlinearität des Stahlbetons, d. h. die Steifigkeitsabnahme bei Rissbildung, berücksichtigt, so ergeben sich ca. 20–25 % geringere Maximalmomente und statisch erforderliche Bewehrungsmengen, aber, wie zu erwarten ist, ca. 32 % größere Verformungen. In Bild 2-37 rechts sind die Ergebnisse sowohl unter Betrachtung des reinen Zustandes II bei völliger Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons als auch unter Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung („tension stiffening“) gezeigt. Es ist zu erkennen, dass eine Berücksichtigung der versteifenden Mitwirkung zu größeren Schnittgrößen führt als bei der Betrachtung des reinen Zustands II. Der Tension-stiffening-Effekt sollte daher bei der nichtlinearen Berechnung von Fundamentbalken berücksichtigt werden.

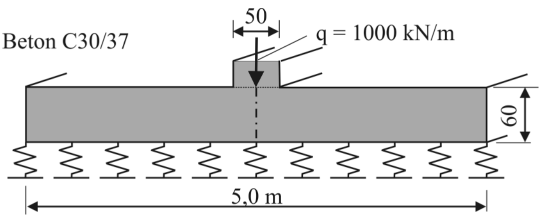


Bild 2-36 Elastisch gebetteter Balken

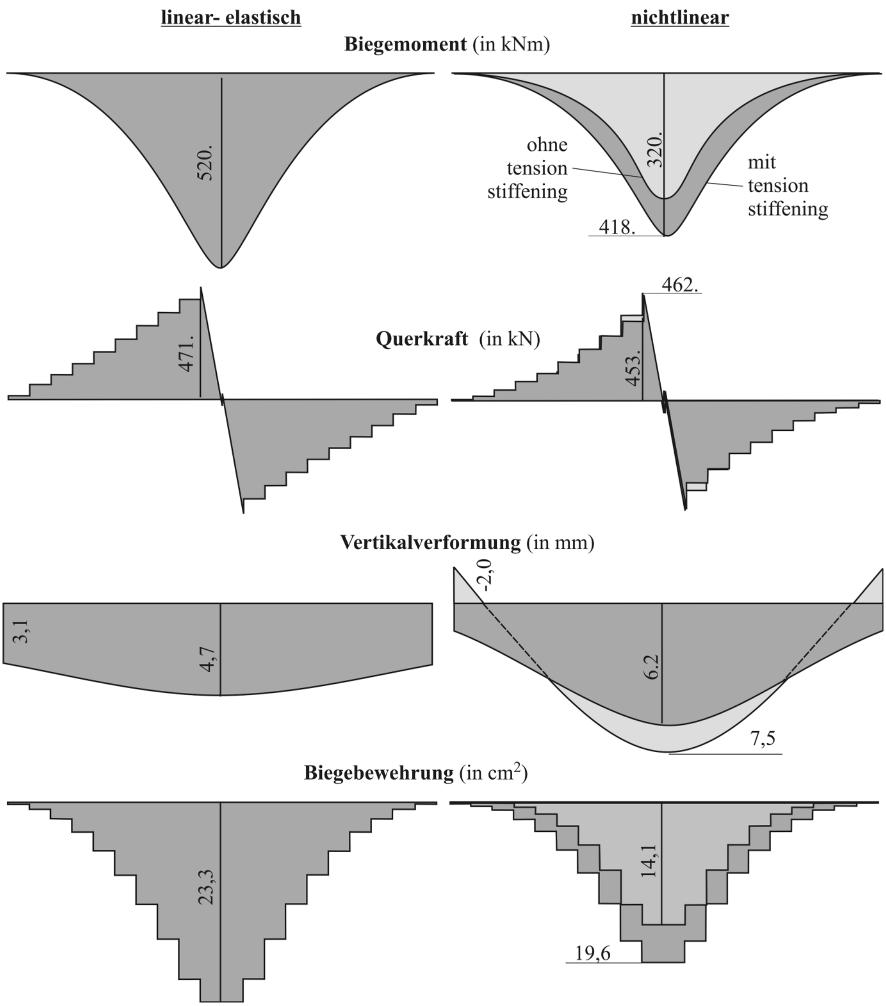


Bild 2-37 Gegenüberstellung der Schnittgrößen, Setzung und Bewehrung mit und ohne Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalles des Stahlbetonbalkens im Zustand II (Einwirkung q = 1.000 kN/m)

Bild 2-38 zeigt den Verlauf des Biegemomentes unter der Wand sowie der Setzungen am Balkenrand und in der Trägermitte bei einer Laststeigerung. Zunächst ist ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen der Last und den Schnittgrößen sowie den Verformungen zu erkennen. Der Träger befindet sich im Zustand I. Bei einer Einwirkung von $q \approx 1.400$ kN/m wird die Tragfähigkeit des maximal beanspruchten Querschnitts in Feldmitte erreicht. Wird die Last weiter gesteigert, so reißt der Betonquerschnitt auf. Es bildet sich eine plastische Zone. Das Biegemoment kann in diesem Bereich nur noch geringfügig zunehmen. Eine weitere Laststeigerung ist nur durch Umlagerung der Beanspruchungen in weniger belastete Bereiche und durch Lastkonzentration unterhalb der Wand möglich. Die Setzungen nehmen daher überproportional zu. Bei einer stofflich nichtlinearen Schnittgrößenermittlung mit gerissenen Querschnitten ist daher zu berücksichtigen, dass eine Erhöhung der Einwirkungen um einen Sicherheitsfaktor γ nur eine geringe Zunahme der Biegemomente des Fundamentes ergibt, während die Setzungen sehr stark zunehmen. Im Gegensatz dazu ist die Querkraft am Wandanschnitt aus Gleichgewichtsgründen immer proportional zur Einwirkung.

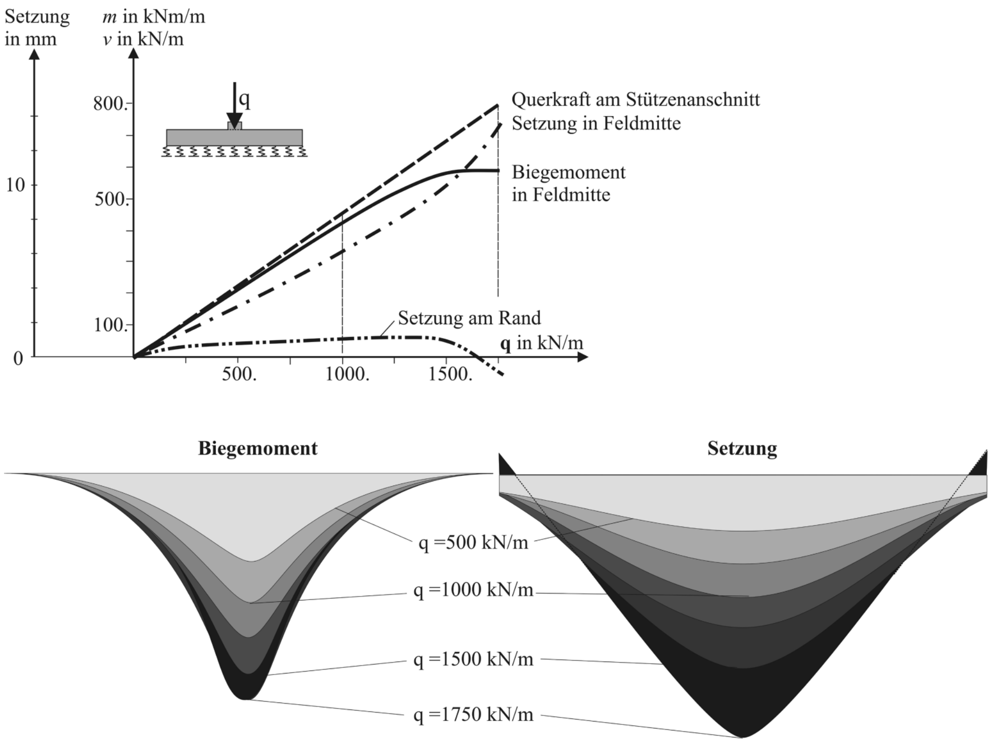


Bild 2-38 Verlauf der Biegemomente und Setzung bei einer Laststeigerung (nichtlineares Materialmodell)