

---

# Überblick

---

1. Der Aufbau des Buches

3





# 1

## Der Aufbau des Buches

### 1.1 Hinweise für den studentischen Leser

Es kann kaum bezweifelt werden, daß die Relativitätstheorie die Vorstellungskraft des Menschen in ihren Bann zieht. Das ist keineswegs verwunderlich: Die unanschaulichen Beziehungen der Speziellen Relativitätstheorie, die grotesken Eigenschaften der Schwarzen Löcher, die aufregende Aussicht des direkten Gravitationswellennachweises und mit ihm des Beginns der Gravitationswellenastronomie, der unvoreingenommene Blick in die Tiefen des Universums und den dabei sich eröffnenden Fragen nach den letzten Dingen; diese und andere Sachverhalte bilden gemeinsam einen starken Anreiz für die Vorstellungskraft des nach Erkenntnis strebenden Menschen. Wollen wir uns mit diesen Sachverhalten aber sinnvoll auseinandersetzen, dann benötigen wir dazu zwei Dinge: echte physikalische Einsicht und solides mathematisches Handwerkszeug. Zur Erlangung beider soll das Buch verhelfen.

Das Buch entstand aus Aufzeichnungen, die ich Mitte der siebziger Jahre als Begleitlektüre eines Kurses über Allgemeine Relativitätstheorie, wie er in Großbritannien üblich ist, anfertigte. Ursprünglich war dieser Kurs für Mathematiker und Physiker des dritten Studienjahres bestimmt. Später erweiterte sich der Hörerkreis auf Diplomanden und Studenten im ersten Jahr ihrer Promotion. Folglich wenden sich die Aufzeichnungen und damit auch das Buch an Studenten vor dem Diplom; gleichwohl enthalten sie genügend tiefes und umfassendes Material, um auch noch viele Studenten im ersten Jahr ihrer Promotion anzusprechen. Um diesem doppelten Zweck gerecht zu werden, habe ich die schwierigeren Abschnitte (Material der zweiten Stufe) durch einen Stern  $\star$  in der Überschrift des jeweiligen Kapitels kenntlich gemacht. Das Material der ersten Stufe ist für das Verständnis des Buches unerlässlich, während die zweite Stufe vertiefendes Material für den fortgeschritteneren Studenten beinhaltet. Die wichtigeren Gleichungen und Ergebnisse sind in gerahmten Kästchen untergebracht.

Bei der Ausarbeitung des Kurses habe ich mir im wesentlichen zwei Ziele gesetzt. Zuerst wollte ich dem Studenten Einsicht und Vertrautheit im Umgang mit den grundlegenden Gleichungen der Theorie vermitteln. Vom mathemati-

schen Standpunkt aus erfordert dies die Fähigkeit, gut mit Tensoren umgehen zu können. Teil B ist der Erlangung der für den Rest des Buches notwendigen Vertrautheit im Umgang mit Tensoren gewidmet. Er liegt im wesentlichen als abgeschlossene Einheit vor. Dem Studenten sei dringend angeraten, alle Übungsaufgaben zu bearbeiten, die den verschiedenen Abschnitten beigelegt sind. Die Erfahrung hat gezeigt, daß dies der einzig richtige Weg ist, um einen sicheren Umgang mit dem nachfolgenden Material zu erlangen. Vom physikalischen Gesichtspunkt her gesehen scheint mir der beste Weg zum Verständnis der Relativitätstheorie der zu sein, Einstein zu folgen. Deshalb ist das zweite Kapitel von Teil C der Diskussion jener Prinzipien gewidmet, die Einstein bei seiner Suche nach einer relativistischen Theorie der Gravitation geleitet haben. Unter Zuhilfenahme dieser Prinzipien werden die Feldgleichungen zunächst weitgehend heuristisch hergeleitet und danach, unter Verwendung eines Variationsprinzips, mit rein mathematischen Mitteln. Im Anschluß an ein Kapitel, das der Untersuchung der auf der ‚rechten Seite‘ der Gleichungen stehenden Größe gewidmet ist, wird als Vorbereitung zur Lösung der Gleichungen im einfachsten Fall die Struktur der Gleichungen diskutiert. Dieser Teil des Kurses endet mit der Darlegung des experimentellen Standes der Allgemeinen Relativitätstheorie. Der Kurs setzte ursprünglich voraus, daß der Student über grundlegende Kenntnisse der Speziellen Relativitätstheorie verfügt. Tatsächlich hat eine wachsende Zahl von Studenten den Kurs ohne diese Kenntnisse besucht; ich habe daher den Teil A schließlich der Vollständigkeit halber hinzugefügt. Dieser ist als eine Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie gedacht, die ausreichend für die Anforderungen des Buches im restlichen Teil ist.

Das zweite Hauptziel des Kurses war die Vorbereitung des Lesers darauf, die drei Schwerpunkte der gegenwärtigen Forschung gründlich kennenlernen zu können: nämlich Schwarze Löcher, Gravitationswellen und die Kosmologie. Diese Themen bilden den Inhalt der Teile D, E und F.

Jedes der Kapitel wird von Übungsaufgaben flankiert, insgesamt etwa 300. Der Großteil dieser Aufgaben sind einfache Rechenaufgaben, die dazu dienen, im Text ausgelassene Teile zu ergänzen. Die Nummern in den Klammern weisen auf die Abschnitte hin, auf die sich die Aufgaben beziehen. Obgleich allgemein Aufgaben zum Verständnis wichtig sind, ist ihre Funktion in Teil B von besonderer Art. Ich betrachte die Übungsaufgaben in Teil B für das Verständnis der nachfolgenden Abschnitte des Buches als absolut notwendig, und sie sollten keinesfalls ausgelassen werden. Die Bearbeitung der restlichen Aufgaben ist wünschenswert. Das Buch ist weder erschöpfend noch vollständig, da es Gebiete in der Theorie gibt, die wir nicht oder nur schwach streifen. Es bleibt jedoch zu hoffen, daß es dem Studenten ein gutes Verständnis der Grundlagen der Theorie vermittelt.

Einige Ratschläge sollen hier noch Platz finden für den Fall, daß Sie das Lernen aus einem Buch als mühsam empfinden. Erinnern Sie sich daran, daß Verstehen kein Alles-Oder-Nichts Prozeß ist. Man versteht etwas umso tiefer, je verschiedenere Bezüge hergestellt werden bzw. verschiedenere Kontexte geschaffen oder verschiedenere Standpunkte eingenommen werden. So sollten Sie nicht versuchen, einen Abschnitt schon beim ersten Lesen Zeile für Zeile zu verstehen. Es ist besser, anfangs einige Abschnitte rasch durchzulesen, sozusagen abzuschöpfen,

um auf diese Weise ein allgemeines Gefühl für das Gebiet, das Niveau und die Art der Darstellung des Inhaltes zu erhalten. Das zweite Lesen sollte gründlicher sein, aber nicht unterbrochen werden, wenn Begriffe auftauchen, die nicht unmittelbar einleuchten. In einem letzten Durchgang sollten die Abschnitte erschöpfend studiert werden, und man sollte die Aufgaben am Ende eines jeden Kapitels zu lösen versuchen. Sollten Sie jedoch stecken bleiben, unterbrechen Sie nicht, schreiten Sie weiter. Sie werden oft feststellen, daß der Groschen später fällt, manchmal von selbst, oder daß das Weiterarbeiten das notwendige Verständnis mit sich bringt. Viele Übungsaufgaben (und Prüfungsfragen) sind ihrer Natur nach von hierarchischer Struktur. Sie fordern von Ihnen, etwas zu beweisen, was dann später verwendet wird. Falls Sie das Ergebnis nicht beweisen können, geben Sie nicht auf. Versuchen Sie, es im folgenden Abschnitt anzuwenden. Sie werden oft herausfinden, daß Ihnen dies die notwendige Einsicht verleiht, um zurückgehen und den Beweis nachholen zu können. Für die meisten Studenten ist häufiges und kürzeres Durcharbeiten ergiebiger als gelegentliche und in die Länge gezogene Beschäftigungen. Das beste Umfeld zum Studieren variiert stark vom einen zum andern. Probieren Sie verschiedene Wege aus, um den für Sie effektivsten herauszufinden.

Insofern es um die Voraussetzungen zum Einstieg in das Studium geht, also um Ihre Vorkenntnisse, sind präzise Aussagen schwierig. Sie werden wahrscheinlich mit viel geringeren Vorkenntnissen auskommen als das Buch beim ersten Eindruck zu verlangen scheint (siehe 1.5). Auch macht es einen großen Unterschied, ein Gebiet voll zu verstehen oder nur ungefähr mit ihm vertraut zu sein. Auf mathematischer Seite werden Sie sicherlich den Differentialkalkül bis einschließlich der partiellen Ableitung und der Lösung einfacher gewöhnlicher Differentialgleichungen brauchen. Grundlagen der Algebra und etwas Matrizentheorie werden vorausgesetzt, gleichwohl können Sie den Eigenwertbegriff und den Begriff des Diagonalisierens wahrscheinlich im blinden Vertrauen übernehmen. Vertrautheit mit Vektoren und etwas Kenntnis von Vektorfeldern werden vorausgesetzt. Es wäre wünschenswert, den Begriffen Vektorraum und Basisvektoren schon einmal begegnet zu sein. Wir verwenden ziemlich oft das Theorem von Taylor, aber die Kenntnis des Satzes von Maclaurin dürfte ausreichen. Auf der physikalischen Seite müssen Sie offensichtlich das Bewegungs- und Gravitationsgesetz von Newton kennen. Es wäre auch hilfreich, ein wenig über die Potentialformulierung der Gravitation zu wissen (obgleich auch hier wiederum Grundlagen ausreichen). Das Buch setzt eine gewisse Vertrautheit mit der Theorie des Elektromagnetismus (insbesondere mit den Maxwell'schen Gleichungen) und der Hydrodynamik (insbesondere die Navier-Stokes-Gleichungen) voraus, aber keins von beiden ist absolut notwendig. Es wäre sehr hilfreich, einige Vorstellungen von Wellen (wie die grundlegende Beziehung  $c = \lambda\nu$ ) und insbesondere der Wellengleichung zu haben. In der Kosmologie wird davon ausgegangen, daß Sie einige Grundkenntnisse in der Astronomie besitzen.

Sollten Sie nach Auflistung all dieser Punkte immer noch unsicher über die Einschätzung Ihrer Fähigkeiten sein, möchte ich folgendes vorschlagen: greifen Sie zum Buch und sehen Sie, wie es vorangeht; falls es Ihre Fähigkeiten übersteigt (und es sich nicht um einen Abschnitt der zweiten Stufe handelt), fahren Sie damit

noch etwas fort und hören dann auf, wenn es immer noch nicht so recht vorwärts geht. Sie werden hoffentlich eine Menge gelernt haben, und Sie werden jederzeit zum Buch zurückkehren können, wenn sich Ihr Kenntnisstand verbessert hat. Für den Anfang wird tatsächlich nicht viel benötigt, da der Teil A über die Spezielle Relativitätstheorie sehr wenig voraussetzt. Anschließend treffen Sie auf den Teil B, und dort wird Ihre Motivation ernsthaft auf die Probe gestellt. Ich hoffe sehr, daß Sie durchkommen, denn in diesem Fall wird der Gewinn für Sie wirklich sehr groß sein. Also dann, viel Glück!

## 1.2

### Danksagungen

Sehr wenig an diesem Buch ist wirklich neu. Als ich die Aufzeichnungen verfaßte, entschied ich mich gleich zu Beginn dafür, die besten Zugänge zu dem Material zu sammeln, die mir bekannt waren. Deshalb glaube ich, um ein Beispiel aus dem Anfang des Buches herauszugreifen, daß der  $k$ -Kalkül die beste Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie bildet, da er durch die einfach zu zeichnenden Diagramme von Anfang an Einblick in die Theorie vermittelt. Eines der Anliegen des Buches ist die Bereitstellung einer Großzahl illustrierender Diagramme (tatsächlich über 200). Der visuelle Sinn ist der unmittelbarste, über den wir verfügen, und er hilft direkt, zu einem besseren Verständnis zu gelangen. Ein guter Untertitel für das Buch wäre **Ein Zugang zur Relativitätstheorie über Raumzeit-Diagramme**. Der  $k$ -Kalkül ist ein von H. Bondi aus früheren Ideen von A. Milne entwickelter Zugang. Mein Gebrauch desselbigen ist nicht überraschend, da ich meine Zeit als Forschungsstudent am King's College, London, in der Ära von Hermann Bondi und Felix Pirani verbracht habe, und viele Kollegen werden ihren Einfluß das ganze Buch über spüren. Somit ist es eine Tatsache, daß viele der Zugänge in diesem Buch von dem einen oder anderen Autor geliehen wurden; es gibt wenig, was ich vollständig neu geschrieben habe. Meine Intention war es, das Material auf eine Weise zu ordnen, die es der Mehrheit der Studenten leichter zugänglich macht.

Die Allgemeine Relativitätstheorie hat den Ruf, intellektuell sehr anspruchsvoll zu sein. Es gibt da die zweifelhafte Geschichte, welche, wie ich denke, Sir Arthur Eddington zugeschrieben wird. Als er gefragt wurde, ob es wahr sei, daß nur drei Menschen auf der Welt die Allgemeine Relativitätstheorie verstünden, antwortete er: ‚Wer ist der Dritte?‘. In der Tat ist der intellektuelle Sprung, zu dem es eines Einsteins bedurfte, um von der speziellen Theorie zur allgemeinen Theorie zu kommen, sicherlich einer der größten in der Geschichte des menschlichen Denkens. Daran kann kaum gezweifelt werden. So ist es nicht überraschend, daß die Theorie den Ruf hat, den sie hat. Jedoch ist die Allgemeine Relativitätstheorie jetzt seit über einem dreiviertel Jahrhundert existent und unser Verstehen ist so weit gediehen, daß wir sie mittlerweile in einer Reihe einfacher logischer Schritte aufbauen können. Das bringt es mit sich, daß die Theorie von den meisten Studierenden, die über geeignete Vorkenntnisse verfügen, verstanden werden kann.

Es ist völlig klar, daß ich in tiefer Schuld bei allen Autoren stehe, die das Quellenmaterial und die Anregung für dieses Buch geliefert haben. Leider sehe ich mich nicht in der Lage, in angemessener Form all diesen Autoren zu danken; zum einen, weil sogar einige von ihnen mir nicht bekannt sind, zum anderen, weil ich Gefahr laufen würde, jemanden auszulassen. Die meisten der Quellen können in dem am Ende des Buches gegebenen Literaturverzeichnis gefunden werden sowie einige spezifische Referenzen in dem Abschnitt über weitere Literaturempfehlungen. Ich hoffe aufrichtig, mit dieser Entscheidung niemanden (Autoren wie Verleger) gekränkt zu haben. Ich habe das Buch in der Auffassung geschrieben, daß alles, was dem Verständnis hilft, letztendlich zum menschlichen Wissensschatz gehören und damit Gemeingut sein sollte. Nichts desto trotz möchte ich all denen danken, die bewußt oder unbewußt dieses Buch möglich gemacht haben. Insbesondere möchte ich meinem alten Oxford-Tutor Alan Tayler danken, da es größtenteils seine Unterstützung war, die schließlich zum Entstehen des Buches führte. Beim Umarbeiten der Aufzeichnungen zu einem Buch habe ich eine Reihe von Änderungen vorgenommen und Abschnitte, weitere Übungen und Antworten hinzugefügt. Folglich wurde dieses neue Material, anders als das frühere, nicht von den Studenten auf Herz und Nieren geprüft, und es ist mehr als wahrscheinlich, daß es den einen oder anderen Fehler enthält. Wenn dies der Fall ist, so hoffe ich, daß es den Wert des Buches nicht allzu sehr schmälert, und natürlich würde ich es begrüßen, Korrekturen von Lesern zu bekommen. Ich habe jedoch bereits etwas Unterstützung genossen und in dieser Beziehung möchte ich speziell meinem Kollegen James Vickers für die kritische Durchsicht eines Großteils des Buches danken.

Obschon ich sagte, daß ich meine Quellen nicht angeben möchte, möchte ich nun doch eine wichtige Ausnahme machen. Ich denke, daß es im Kreis der Relativisten allgemein akzeptiert werden kann, daß der gewichtigste Text auf dem Gebiet **The large scale structure of space-time** von Stephen Hawking und George Ellis (verlegt bei Cambridge University Press) ist. In der Tat hat dieser Text auf dem Gebiet so etwas wie eine bibelähnliche Stellung inne. Er ist jedoch auf einem Niveau geschrieben, das möglicherweise für die meisten Studenten vor dem Diplom zu anspruchsvoll ist (in Teilen sogar zu anspruchsvoll für die meisten Fachleute!). Als ich die Aufzeichnungen zusammenstellte, hatte ich die Vorstellung im Kopf, daß sie einen kleinen Trittstein zu Hawking und Ellis liefern möchten. Insbesondere hoffte ich, daß sie der erste Anlaufpunkt für all die wären, die ihrem Interesse weiter nachgehen wollen. Zu diesem Zwecke, und auch, weil ich es nicht besser kann, habe ich an manchen Stellen Auszüge dieser Quelle fast wörtlich übernommen. Ich glaubte, falls Studenten diesen Text zu Rate ziehen würden, dann würde ihnen die Vertrautheit mit einem Teil des Materials eine Ermutigung zur weiteren Vertiefung sein. Ich stehe beiden Autoren dafür, daß ich von ihrem großartigen Buch profitieren durfte, in großer Schuld.

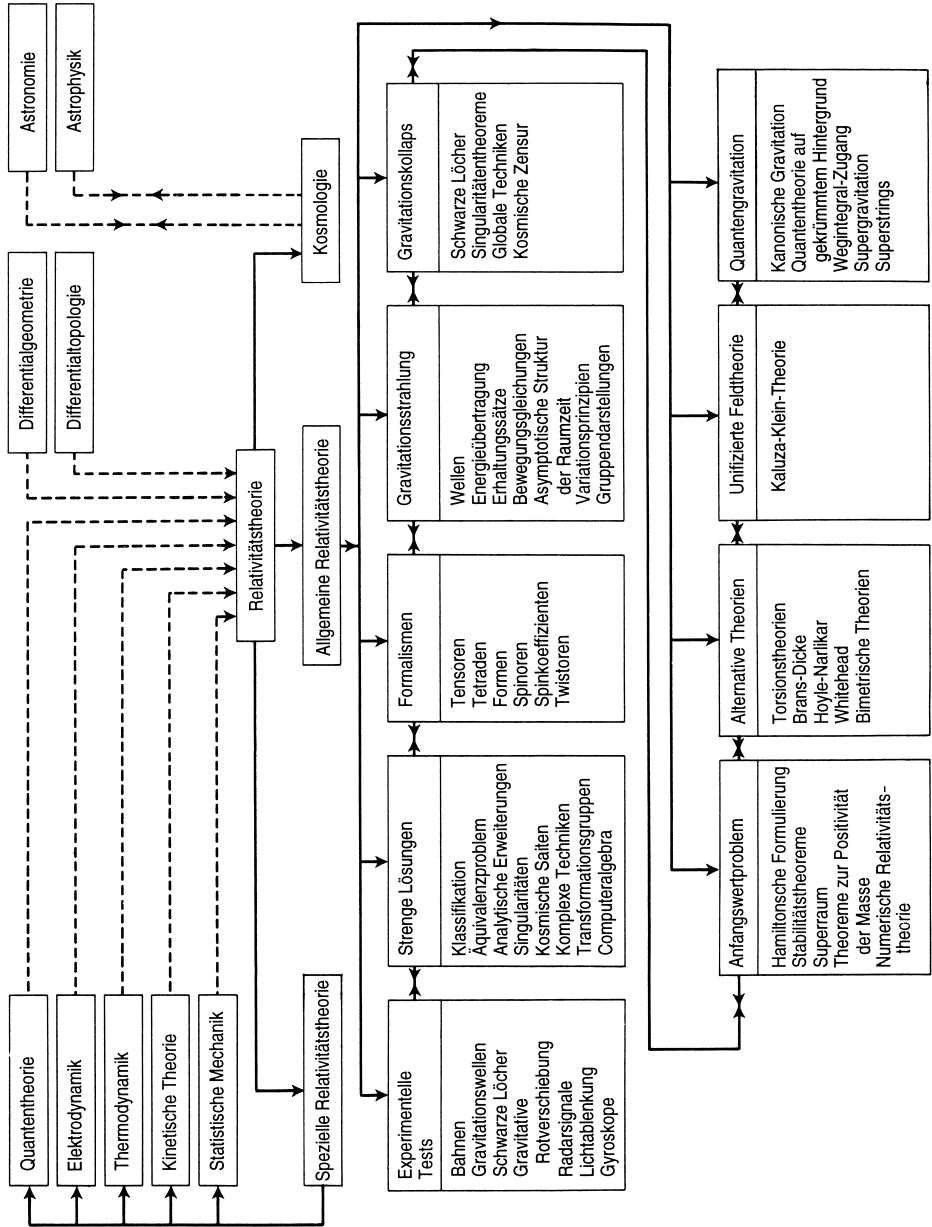


Abb. 1.1 Ein charakteristischer Abriss der Relativitätstheorie.

### 1.3

#### Ein kurzer Abriss der Relativitätstheorie

Vor dem eigentlichen Beginn des Kurses mag es nützlich sein, einen Eindruck von den Gebieten zu geben, die unter dem Dach der Relativitätstheorie zusammenkommen. Ich habe das schematisch in Abb. 1.1 versucht.

Es ist ein eher spezieller und unvollständiger Überblick, aber er sollte eine Idee von unserem geplanten Weg vermitteln. Auf den meisten der angegebenen Gebiete wird heute aktiv geforscht. Natürlich sind sie auf eine viel komplexere Weise miteinander verbunden als es das Diagramm erscheinen läßt.

Alle paar Jahre seit 1955 (genauer, seit 1959 alle drei) kommt der Kreis der Relativisten zu einer internationalen Konferenz über Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitation zusammen. Die erste derartige Konferenz, 1955 in Bern abgehalten, wird jetzt als GR0 bezeichnet, die darauffolgenden sind entsprechend durchnummeriert. Die Liste der GR-Konferenzen, die bis heute stattfanden, ist in Tabelle 1.1 angegeben.

**Tabelle 1.1**

GR0	1955	Bern, Schweiz
GR1	1957	Chapel Hill, North Carolina, USA
GR2	1959	Royaumont, Frankreich
GR3	1962	Jablonka, Polen
GR4	1965	London, England
GR5	1968	Tiflis, UdSSR
GR6	1971	Kopenhagen, Dänemark
GR7	1974	Tel Aviv, Israel
GR8	1977	Waterloo, Kanada
GR9	1980	Jena, DDR
GR10	1983	Padua, Italien
GR11	1986	Stockholm, Schweden
GR12	1989	Boulder, Colorado, USA
GR13	1992	Cordoba, Argentinien
GR14	1995	Florenz, Italien
GR15	1997	Puna, Indien
GR16	2001	Durban, Südafrika
GR17	2004	Dublin, Irland
GR18	2007	Sydney, Australien

Auf diesen Konferenzen gibt es gebietsspezifische Diskussionsgruppen, die das Gesamtgebiet der Forschung abdecken. Im Vorfeld von GR8 wurde eine Liste publiziert, die einen gewissen detaillierten Eindruck davon vermittelte, was in den einzelnen Diskussionsgruppen behandelt werden würde. Diese ist unten angegeben und mag als Alternative zu Abb. 1.1 dienen, um eine Vorstellung davon zu bekommen, was das Gesamtgebiet ausmacht.

**I. Relativitätstheorie und Astrophysik**

Relativistische Sterne und Doppelsterne; Pulsare und Quasare; Gravitationswellen und Gravitationskollaps; Schwarze Löcher; Röntgenquellen und Akkretionsmodelle.

**II. Relativitätstheorie und Klassische Physik**

Bewegungsgleichungen; Erhaltungssätze; Kinetische Theorie; asymptotische Flachheit und Positivität der Energie; Hamiltonsche Theorie, Lagrangedichten und Feldtheorie; relativistische Kontinuumsmechanik, Elektrodynamik und Thermodynamik.

**III. Mathematische Relativitätstheorie**

Differentialgeometrie und Faserbündel; die Topologie von Mannigfaltigkeiten; Anwendungen von komplexen Mannigfaltigkeiten; Twistoren; kausale und konforme Strukturen; partielle Differentialgleichungen und strenge Lösungen; Stabilität; geometrische Singularitäten und Katastrophentheorie; Spin und Torsion; Einstein-Cartan Theorie.

**IV. Relativitätstheorie und Quantenphysik**

Quantentheorie auf gekrümmten Hintergrundfeldern; Quantengravitation; Gravitation und Elementarteilchen; Verdampfung Schwarzer Löcher; Quantenkosmologie.

**V. Kosmologie**

Galaxienbildung; Superhaufenbildung; kosmologische Konsequenzen der spontanen Symmetriebrechung; Gebietsstrukturen; gegenwärtige Abschätzungen der kosmologischen Parameter; Radioquellenzählung; Mikrowellenhintergrund; die Isotropie des Universums; Singularitäten.

**VI. Beobachtungs- und experimentbezogene Relativitätstheorie**

Theoretische Rahmenbedingungen und tragfähige Theorien; Tests der Relativitätstheorie; Gravitationswellendetektion; Sonnenabplattung.

**VII. Computer in der Relativitätstheorie**

Numerische Methoden; Lösungen der Feldgleichungen; Formelmanipulationssysteme in der Allgemeinen Relativitätstheorie.

**1.4****Hinweise für den Lehrenden**

In den zwanzig Jahren, die ich als Hochschullehrer tätig bin, habe ich zwei wichtige Wandlungen durchgemacht, die wesentlich die Art meines Lehrens beeinflusst haben. Sie haben, auf ihre Art, zur Existenz dieses Buches beigetragen. Die erste dieser Wandlungen betraf meine Einschätzung der Wirksamkeit des gedruckten Wortes. Ich begann das Lehren, wie wahrscheinlich die meisten meiner Kollegen, durch Vorlesungen mittels der Medien Kreide und gesprochenes Wort. Ich entdeckte bald, daß dies zu etwas wie einem Widerspruch führte. Die Hauptsache,

die die Studenten von einem Kurs erwarteten (außer dem Erfolg bei der Prüfung), waren gute Vorlesungsaufzeichnungen, während ich im Auge hatte, daß sie den Kurs verstehen sollten. Der Versuch, den Studenten eine gut vorbereitete Auswahl von Anmerkungen zur Vorlesung hinzuschreiben, bedeutete für mich, daß eine Menge Zeit durch das Mitschreiben verschwendet wurde. Ich bin sicher, daß Kollegen die Karikatur der herkömmlichen Vorlesung kennen: Mitschriften werden vom Block des Lehrers zum Block des Studenten übertragen ohne durch beider Kopf zu gehen — eine unangenehme Tatsache, die gerne auf beiden Seiten verdrängt wird. Ich habe mich schon bald zu der Auffassung bekehrt, daß es besser ist, den Studenten gedruckte Aufzeichnungen zur Verfügung zu stellen. Der wesentliche Vorteil dabei ist, daß es die Vorlesungszeit von dem zeitraubenden Prozeß des Mitschreibens befreit. Diese freigewordene Zeit kann effektiver für das Entwickeln und Erklären des Stoffes in einer Weise genutzt werden, der die Studenten folgen können. Ich finde immer noch, daß das gedruckte Wort etwas abgeschlossenes und endgültiges hat. Das hat für mich den Effekt, sorgfältiger über das nachzudenken, was in einem Kurs gebracht wird und wie es am besten zu organisieren sei. Damit haben gedruckte Aufzeichnungen den weiteren Vorteil, daß sie mich mehr Gedanken in die Vorbereitung eines Kurses investieren lassen als es sonst der Fall gewesen wäre. Es muß zugegeben werden, daß es bei der Verwendung gedruckter Aufzeichnungen auch Nachteile gibt, aber darauf soll hier nicht näher eingegangen werden.

Mein zweiter Meinungswandel betraf die Effektivität des Selbststudiums. Das ist eine eher vorteilhafte Bezeichnung für das Konzept, daß Studenten selbständig Bücher oder vorbereitete Materialien studieren und dabei lernen. Es ist für mich immer wieder überraschend zu sehen, wie wenig dies in bestimmten Fächern funktioniert. Und doch würde man denken, daß es eines der Hauptziele einer Universitätsausbildung ist, Studenten den richtigen Gebrauch von Büchern zu lehren. Meine Erfahrung ist, daß Studenten das Selbststudium als schwer empfinden, insbesondere in der Mathematik. Das ist nicht so sehr überraschend, da es großer Kenntnisse bedarf, über die nicht viele Universitätsbesucher verfügen. Man benötigt also einen Mechanismus, der Studenten dazu ermutigt, Bücher zu verwenden. Meine erste Erfahrung war das Entwerfen eines Selbststudienkurses vom Keller-Typ (d. h. die Geschwindigkeit der Stoffverarbeitung wird durch das Verständnis des Inhaltes bestimmt), in dem die Studenten aus speziell vorbereiteten Einheiten lernen und regelmäßig Tests bestehen müssen, bevor sie zu neuen Gebieten übergehen können. Das brachte mich schließlich dazu, einen Teil der Kursarbeit auf eine abschließende Beurteilung hin auszurichten, um die Studenten zum Selbststudium anzuspornen. Ich habe eine Menge Forschungsarbeit in diesen Zugang zum Lehrstoff investiert, und die häufigste Bemerkung, welche die Studenten zu dieser Art der Kursarbeit machen ist, daß ‚sie mich zum Arbeiten anhält‘. Diese Kursarbeitsform war insbesondere beim Entwurf des Kurses über Allgemeine Relativitätstheorie wichtig, aus Gründen, von denen ich glaube, daß sie einer Untersuchung wert sind.

Mitte der siebziger Jahre gab es in Großbritannien nur sehr wenige Kurse über Allgemeine Relativitätstheorie für Studenten ohne Hochschulabschluß. Die ange-

botenen Kurse gingen bis zur Behandlung der Schwarzschild-Lösung und endeten dort. Das war deshalb so, weil der Großteil des Kurses auf das Entwickeln der notwendigen Fähigkeiten im Umgang mit Tensoren angelegt war und es keine Möglichkeit zur Abkürzung zu geben schien. Das bedeutete, sowohl vom Standpunkt des Studenten als auch dem des Lehrers aus, daß der Kurs gerade dann endete, wenn die Dinge wirklich interessant wurden. Es war mir klar, daß das die Dinge betraf, über die die Studenten am meisten wissen wollten, Schwarze Löcher, Gravitationswellen und Kosmologie. Deshalb war von vorneherein die Entwicklung eines Kurses Ziel, der dies ermöglichte. Das wurde durch Zusammenfassung des Stoffes in Teil B als separater Block zum Selbststudium von Tensoren erreicht. Diese Aufzeichnungen wurden zu Beginn des Kurses verteilt und die Studenten angehalten, sogleich mit dem eigenständigen Durcharbeiten zu beginnen und alle Übungen zu versuchen. Die Tatsache, daß die meisten Studenten den anderen Kursen erst gegen deren Ende einen Großteil ihrer Anstrengungen widmeten, war hierfür von Vorteil, da sie zu Beginn weniger belastet waren. Den Studenten wurden zusätzliche Unterrichtsstunden für den Fall angeboten, daß sie nicht weiterkämen (was bei einigen beim erstmaligen eigenständigen Studium unweigerlich eintrat). Der Anreiz für das Anfertigen der Übungen war, daß sie zur Beurteilung am Ende hinzugezählt wurden (mit gegenwärtig ungefähr 35 Prozent). Die Termine für das Vervollständigen der Übungen wurde etwa auf das Ende des ersten Drittels des Kurses festgelegt. Während die Studenten selbst mit Tensoren beschäftigt waren, begann der Kurs mit der Durchsicht der Schlüsselideen zur Speziellen Relativitätstheorie. Die spezielle Theorie wurde dann in einer tensoriellen Weise formuliert, um von der neuen Sprache Gebrauch zu machen und somit eine gewisse Anfangsmotivation zu erzeugen. Dem folgte eine detaillierte und behutsame Entwicklung der Prinzipien, die der Allgemeinen Relativitätstheorie zugrunde liegen. Tensoren werden dann das erste Mal ernsthaft zum Ableiten der Gleichung der geodätischen Abweichung in Kapitel 10 verwendet. Etwa zu dieser Zeit haben sich die Studenten beträchtliche Fähigkeiten bei der Handhabung von Tensoren angeeignet und die Vorlesung bewirkt nun eine weitere Motivation und Festigung des Könnens. Dieser Kunstgriff ermöglicht, daß die Schwarzschild-Lösung in nicht mehr als der Hälfte des Kurses erreicht werden kann. Ein weiterer wichtiger Vorteil gedruckter Vorlesungsaufzeichnungen ist der, daß man eine größere Kontrolle über das Tempo hat, mit welcher der Kurs abgehalten wird und man in einem gewissen Maß das Tempo verändern kann, um es den Fähigkeiten der Klasse anzupassen.

Der Kurs in Southampton hat einen Umfang von ungefähr sechsunddreißig Vorlesungen. In den ersten Jahren, als die Studenten über gute Vorkenntnisse der Speziellen Relativitätstheorie verfügten, kam ich dazu, alle drei am Ende auftretenden Gebiete abzuhandeln. In der Tat beendete ich im ersten Jahr die letzte Kurswoche mit der Organisation von fünf Seminaren, die von auswärtigen Rednern gehalten wurden. Diese wurden von allen Studenten besucht, und es war beabsichtigt, zu zeigen, wie die von uns bewältigte Arbeit mit einigen Gebieten des gegenwärtigen Forschungsinteresses in Beziehung stand. In den letzten Jahren wurden die Vorkenntnisse der Studenten in der Speziellen Relativitätstheorie

lückenhafter und so habe ich dies mehr im Kurs berücksichtigt und wurde dabei etwas weniger ambitioniert. Das bedeutete normalerweise das Auslassen eines Gebietes wie rotierende Schwarze Löcher oder Gravitationsstrahlung. Da diese Gebiete in den Vorlesungsaufzeichnungen enthalten sind, sind die Studenten natürlich in der Lage, auf eigenen Wunsch diese Lücken zu füllen.

Ich wurde durch eine Reihe von Gründen dazu ermutigt, die Vorlesungsaufzeichnungen in Buchform aufzuschreiben. Der Kurs läuft seit ungefähr fünfzehn Jahren und mehrere hundert Studenten haben ihn absolviert, somit habe ich eine gewisse Kundenerfahrung zu bieten. Der Kurs hat sich nicht nur als allgemein beliebt erwiesen, sondern er scheint überraschend gut Studenten mit großen Unterschieden in der Begabung gewachsen zu sein. Das mag zum Teil daran liegen, daß ich viele der detaillierteren Schritte im Text selbst aufgenommen habe (und dort, wo diese ausgelassen wurden, wurden sie oft als simple Rechnung in einer Übung untergebracht). Tatsache ist, daß die Vorlesungsaufzeichnungen an die Studenten verkauft wurden, um die Herstellungskosten zu decken. Erfreulicherweise erwarben jedes Jahr eine Reihe Studenten eine Kopie für sich selbst, die nicht im Kurs, manchmal nicht einmal in einem verwandten Fach waren, sondern denen die Aufzeichnungen durch Zufall in die Hände fielen. Schließlich haben mich eine Reihe Relativisten in Großbritannien und auch von außerhalb nach Kopien gefragt und sie in verschiedenem Maße in ihren eigenen Kursen verwandt. So habe ich, ungeachtet dessen, daß es eine Reihe guter Texte auf dem Gebiet gibt, einer Herausgabe der Aufzeichnungen in Buchform zugestimmt. Ich hoffe Sie, der Lehrer, finden in ihnen ein wertvolles Hilfsmittel für Ihre Lehrtätigkeit.

## 1.5

### **Ein letzter Hinweis für den weniger begabten studentischen Leser**

Ich war weit davon entfernt, ein Wunderkind zu sein, und trotzdem lernte ich die Relativitätstheorie im Alter von 15 Jahren! Lassen Sie mich zum Beweis meiner intellektuellen Durchschnittlichkeit folgendes anführen: Ich hatte die Grundschule im Alter von 11 Jahren mit dem Bravourstück beendet, bei den Abschlußprüfungen der 22te in der Klasse zu sein. Und doch wußte ich vier Jahre später etwas über Relativitätstheorie — und ich meine nicht die spezielle, sondern die allgemeine Theorie (bis einschließlich der Schwarzschild-Lösung und den klassischen Tests). Ich erinnere mich, ein wenig Unglauben wahrgenommen zu haben, als ich dies bei dem in Oxford üblichen Aufnahmegespräch dem gleichen Alan Tayler schilderte, der später mein Tutor wurde. Er fragte mich daraufhin nach der Definition eines Tensors und als ich die Definition herunterratterte schien er etwas überrascht. Wie sich herausstellte, behandelten wir tatsächlich in einem Spezialkurs über Allgemeine Relativitätstheorie im dritten Jahr in Oxford nicht viel mehr, als ich zu Anfang schon wußte. Wie war das möglich?

Auch ich hatte von der Geschichte gehört, daß nur ein paar Menschen auf der Welt die Relativitätstheorie wirklich verstünden und das weckte meine Neugier. Ich

ging zu einer Bibliothek und zog, wie der Zufall es wollte, ein Buch mit dem Titel **Einsteins Relativitätstheorie** von Lilian Lieber (1949) heraus. Das ist in seiner Erscheinung ein sehr bizarres Buch. Es war nicht in der üblichen Art gesetzt, sondern eher, als ob es konkrete Dichtung wäre. Überdies sind surrealistische Zeichnungen von Hugh Lieber eingestreut, welche die im Text verwendeten Symbole einbeziehen. Ich muß zugeben, daß das Buch auf den ersten Blick eher verrückt aussieht; aber das ist es nicht. Ich arbeitete es durch, wobei ich alle bei Rechnungen ausgelassenen Details, auf die ich stieß, ausarbeitete. Das Wunderbare dabei war, daß das Buch nicht allzuviel Mathematik beim Leser voraussetzte. Zum Beispiel war ich in meiner Schulmathematik noch nicht der partiellen Ableitung begegnet und doch war die Behandlung in dem Buch für mich ausreichend, sodaß ich folgen konnte. Ich empfand es beinahe, als ob das Buch gerade für mich geschrieben wäre. Die Kombination von meinem Interesse an dem Gebiet und dem Erfolg, den ich beim Durcharbeiten der eingestreuten Rechnungen hatte, motivierte mich hinreichend, das Unternehmen bis zum Ende durchzuhalten.

Möglicherweise sind Sie, falls Sie sich als einen weniger befähigten Studenten betrachten, ein wenig von der vor Ihnen liegenden geistigen Herausforderung eingeschüchtert. Ich will nicht verhehlen, daß das Buch einige sehr anspruchsvolle Ideen enthält (tatsächlich verstehe ich selbst nicht alle Facetten all dieser Ideen). Aber ich hoffe, daß die beiden Tatsachen, daß die Argumentation in kleine Schritte aufgeteilt ist und die Rechnungen durchführbar sind, Ihnen unterwegs helfen werden. Auch wenn Sie sich dafür entscheiden, nach Teil C aufzuhören, sind Sie ein gehöriges Stück weit gekommen. Lassen Sie sich durch meine kleine Geschichte ermutigen — ich bin sicher, wenn Sie durchhalten, werden Sie es am Ende der Mühe wert finden.

## Übungen

1.1 (§ 1.3) Gehen Sie in die Bibliothek und sehen Sie nach, ob Sie aktuelle Ausgaben folgender Zeitschriften finden können:

- (i) **General Relativity and Gravitation;**
- (ii) **Classical and Quantum Gravity;**
- (iii) **Journal of Mathematical Physics;**
- (iv) **Physical Review D.**

Versuchen Sie, in ihnen enthaltene Beiträge zu den in Abb. 1.1 beinhalteten Gebieten in Beziehung setzen.

1.2 Sehen Sie im Hinblick auf zukünftige Nachschlagsmöglichkeiten Ausgaben von **Spektrum der Wissenschaft** durch, und finden Sie heraus, welche Artikel es in den letzten Jahren über Relativitätstheorie, insbesondere Schwarze Löcher, Gravitationswellen und Kosmologie gab.

1.3 Lesen Sie eine Biographie von Einstein (siehe Teil A der ausgewählten Literaturhinweise am Ende des Buches).

