

Inhaltsverzeichnis

<i>Einführung</i>	19
Über dieses Buch	19
Konventionen in diesem Buch	20
Falsche Voraussetzungen	20
Wie Sie nicht lesen müssen	20
Wie dieses Buch strukturiert ist	20
Die Symbole in diesem Buch	22
Wie es weitergeht	22
<i>Teil I</i>	
<i>Die Grundlagen</i>	25
<i>Kapitel 1</i>	
<i>Trigonometrie – Formalien, die Sie einfach brauchen</i>	27
Packen wir's an: Was ist Trigonometrie?	27
Die wichtigsten Figuren	27
Winkel und ihre Position	29
Positionen mit Hilfe von Dreiecken festlegen	31
Bilden wir einen Kreis!	32
Trigonometrie-Slang	34
Trigonometrische Funktionen definieren	36
Wurzeln kann man ziehen	39
Gleichungen und Gleichheit	41
Graphen sind Gold wert!	42
Wir brauchen Skalen für die Graphen!	42
Grundlegende Graphen erkennen	42
<i>Kapitel 2</i>	
<i>Alles eine Frage der Koordination: Kartesische Koordinaten</i>	47
Wir fangen ganz einfach an: Punkte eintragen	47
Ohne Achsen geht es nicht	47
Der Ursprung von allem	48
X gegen Y antragen	49
Zerlegen wir den Graphen in vier Teile!	49
Von hier nach dort: Distanzen berechnen	50
Zählen bei vertikalen und horizontalen Distanzen	50
Jetzt wird es schräg: Diagonale Distanzen	52
Exakte Werte oder geschätzte Distanzen	53

Und jetzt zum Mittelpunkt	53
Die Mitte einer Strecke finden	54
Den Mittelpunkt eines Kreises finden	54
Strecken weiter zerlegen	56
Den Mittelpunkt eines Dreiecks ermitteln	58
Steil nach unten – die Steigung	60
Slalom mit der Steigungsformel	60
Parallele und senkrecht aufeinander stehende Geraden erkennen	61
Kreise mit Zahlen definieren	62
Kreise mit Mittelpunkt am Ursprung	62
Wandernde Mittelpunkte	63
Kapitel 3	
<i>Funktionen funktionieren</i>	65
Relationen oder Funktionen?	65
Und welche Funktion hat die Funktion?	65
Die Funktionsnotation	66
Definitionsbereich und Wertebereich festlegen	67
Inverse Funktionen – alles hat seinen Grund	67
Für welche Funktionen gibt es Inverse?	68
Eine inverse Funktion finden	69
Funktionen manipulieren	71
Verschiebung einer Funktion	71
Spieglein, Spieglein an der Wand	73
Kapitel 4	
<i>Wie wichtig sind uns Grade</i>	75
Winkel allüberall: Messen in Graden	75
Eine Koordinatenebene in Stücke schneiden	76
Auf der Suche nach den Gradmaßen	76
Winkel an der Standardposition zeichnen	79
Anfangs- und Endseiten der Winkel in Position bringen	79
Messen nach Quadranten	80
Welches ist Ihr Winkel? Verschiedene Möglichkeiten der Beschriftung	81
Verwendung negativer Winkelmaße	81
Winkel mit deckungsgleichen freien Schenkeln	82
Winkel umbenennen: Namen in Hülle und Fülle!	82
Kapitel 5	
<i>Und jetzt zum Pi: Winkel im Bogenmaß</i>	85
Was ist ein Radiant?	85
Das Verhältnis zum Kreis	86
Grade und Radianten umrechnen	86
Favoriten vor!	90

Kreise klonen	90
Kreisabschnitte ausschneiden	90
Bewegte Uhrzeiger	94
In die freie Natur!	95
Kapitel 6	
<i>Dreiecke im rechten Winkel</i>	99
Die Dimensionen rechtwinkliger Dreiecke	99
Aber warum sind sie so besonders?	99
Die Anatomie eines rechtwinkligen Dreiecks	100
Entzaubern wir den Satz von Pythagoras	102
Pythagoreische Tripel	102
Auflösung nach einer fehlenden Länge	103
Eine eigene Liga: Spezielle rechtwinklige Dreiecke	106
Rechtwinklige Dreiecke: 30-60-90	106
Gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke	106
Teil II	
<i>Trigonometrische Funktionen</i>	109
Kapitel 7	
<i>Mit trigonometrischen Funktionen liegen Sie richtig!</i>	111
Wie trigonometrische Funktionen funktionieren	111
Das Namensspiel: Die drei Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks	111
Die sechs Verhältnisse: Bringen wir die drei Seiten zueinander in Beziehung	112
Die Sinus-Funktion: Gegenkathete durch Hypotenuse	113
Die Kosinus-Funktion: Ankathete durch Hypotenuse	114
Die Tangens-Funktion: Gegenkathete durch Ankathete	115
Und jetzt das Ganze zusammen: Mit einer Funktion nach einer anderen auflösen	116
Der nächste Schritt: Reziproke Funktionen	116
Die Kosekans-Funktion: Der umgekehrte Sinus	117
Die Sekans-Funktion: Kosinus auf dem Kopf	118
Die Kotangens-Funktion: Tangens verkehrt	118
Lieblingswinkel	118
Die beliebtesten Winkel	118
Die exakten Werte von Funktionen ermitteln	118

Kapitel 8

Tausche Dreieck gegen Kreis: Kreisfunktionen **125**

Der Einheitskreis als Konvention	125
Punkte auf dem Einheitskreis platzieren	126
Eine fehlende Koordinate finden	128
Die Winkel tanzen im Kreis!	130
Bleiben wir positiv!	130
Seien Sie negativ – oder multiplizieren Sie Ihre Winkel	131
Referenzwinkel finden und berechnen	132
Trigonometrische Funktionen für alle Winkel definieren	136
Referenzwinkel einsetzen	136
Bestimmung der Optimisten und der Pessimisten	136
Alle Regeln kombinieren	137
Kreiskoordinaten für die Lösung trigonometrische Funktionen	139
Mit Koordinaten auf dem Kreis rechnen	141
Mit Koordinaten beliebiger Kreise am Ursprung rechnen	143
Definitionsbereiche und Wertebereiche trigonometrischer Funktionen	145
Freundliche Funktionen: Sinus und Kosinus	146
Enge Verwandte ihrer Reziprok-Funktionen: Kosekans und Sekans	147
Blutsbrüder: Tangens und Kotangens	148

Kapitel 9

Trigonometrische Funktionen für den Alltag **149**

Das Wichtigste zuerst: Auf- und Abstiege	149
Neigungswinkel	150
Die Höhe großer Gebäude bestimmen	151
Das Burgfräulein auf dem Turm	151
Die Höhe eines Baumes bestimmen	153
Die Distanz zwischen Gebäuden messen	154
Steigung messen	155
Der Himmel ist (nicht) die Grenze	157
Einen Ballon orten	157
Verfolgen wir die Rakete!	159
Den Sichtwinkel von Satellitenkameras messen	160
Unregelmäßige Umrisse berechnen und um Ecken manövrieren	162
Die Fläche eines dreieckigen Grundstücks ermitteln	163
Ein Objekt um eine Ecke schieben	165

Teil III	
Identitäten	169
Kapitel 10	
Grundlegende Identitäten der Trigonometrie	171
Funktionen verkehrt: Reziproke Identitäten	171
Funktion um Funktion: Verhältnis-Identitäten	173
Gegensätze ziehen sich an: Identitäten für entgegengesetzte Winkel	173
Zurück zum klassischen Satz: Pythagoreische Identitäten	176
Die Mutter aller Pythagoreischen Identitäten	177
Erweiterung auf Tangens und Sekans	178
Zum Schluss noch Kotangens und Kosekans	179
Neuanordnung der Pythagoreischen Identitäten	179
Die Identitäten kombinieren	181
Die vielen Gesichter des Sinus	181
Auswertung der verschiedenen Versionen	182
Kapitel 11	
Mit Identitäten arbeiten	185
Addieren wir das Ganze	185
Differenzen sind zu klären	189
Verdoppeln Sie Ihr Geld!	194
Eins plus eins gibt zwei Sinus	194
Ein Massenandrang	195
Halbieren macht auch Spaß!	197
Was es mit dem \pm auf sich hat	198
Halber Tangens, doppelter Spaß	198
Halbwinkel-Identitäten verwenden	199
Kapitel 12	
Identitäten beweisen	203
Die Spieleraufstellung	203
Seitenauswahl	205
Auf beiden Seiten arbeiten	208
Zurück zum Anfang	210
In Sinus und Kosinus umwandeln	211
Ausklammern	214
Ein bisschen von beidem	215
Brüche ausklammern	217
Trennungen sind nie ganz einfach	217
Einen gemeinsamen Nenner finden	219

Die Tricks in der Welt der Trigonometrie	221
Multiplikation mit einer konjugierten Form	221
Beide Seiten quadrieren	223
Identifizieren Sie sich mit Ihren Operationen	225
Addieren	225
Differenzen – welchen Unterschied macht es?	226
Multiplizieren macht Spaß	228
Halbieren macht nur halb so viel Spaß	229

Teil IV

Gleichungen und Anwendungen **231**

Kapitel 13

Inverse trigonometrische Funktionen **233**

Die richtige Darstellung	233
Die Notation	234
Zwischen wenigen und vielen unterscheiden	235
Definitionsbereich und Wertebereich inverser trigonometrischer Funktionen bestimmen	238
Inverse Sinus-Funktion	238
Inverse Kosinus-Funktion	238
Inverse Tangens-Funktion	239
Inverse Kotangens-Funktion	239
Inverse Sekans-Funktion	239
Inverse Kosekans-Funktion	239
Überblick über Definitionsbereich und Wertebereich	239
Die Arbeit mit Inversen	241
Freunden Sie sich mit Ihrem Taschenrechner an	243
Den Modus ändern	243
Interpretation der Notation auf dem Taschenrechner	243
Die Eingabe multiplizieren	245
Gemischte Aufgaben lösen	247

Kapitel 14

Trigonometrische Gleichungen lösen **249**

Einfache Lösungen erzeugen	250
Ausklammern in den Lösungen	251
Einen größten gemeinsamen Faktor finden	252
Quadrate ausklammern	253
Grade durch Ausklammern erhöhen	255
Ausklammern durch Gruppierung	257
Die Quadratformel anwenden	259
Identitäten berücksichtigen	260

Mehrfachwinkel-Lösungen finden	263
Beide Seiten quadrieren	265
Durchmultiplizieren	267
Mit einem graphischen Taschenrechner lösen	268
Kapitel 15	
Gesetze befolgen	271
Die Teile von Dreiecken beschreiben	271
Standardisierung der Teile	271
Ein Dreieck bestimmen	272
Der Sinus-Satz	274
Weiter mit dem Kosinus-Satz	278
Den Kosinus-Satz definieren	279
Kosinus-Satz für SWS	279
Kosinus-Satz für SSS	282
Mehrdeutigkeiten	283
Der Tangens-Satz	287
Dreiecksflächen berechnen	289
Die Fläche nach Grundlinie und Höhe berechnen	290
Die Fläche aus drei Seiten berechnen	291
Die Fläche mit SWS ermitteln	293
Die Fläche mit WSW ermitteln	295
Teil V	
Die Graphen trigonometrischer Funktionen	297
Kapitel 16	
Graphen für Sinus und Kosinus	299
Das ABC der Graphen	299
Sinus-Wellen	300
Amplitude und Periode	300
Die Sinus-Gleichung formalisieren	303
Den Sinus verschieben	303
Der Kosinus-Graph	306
Kosinus und Sinus vergleichen	306
Eigenschaften für das Zeichnen des Kosinus-Graphen	308
Der Sinus der Zeiten	308
Sonnenbäder	309
Durchschnittstemperatur	310
Messen Sie Ihre Temperatur	311
Tore schießen	312
Die Theorie des Biorhythmus	313

Kapitel 17	
Graphen für Tangens und Kotangens	317
Der Tangens	317
Die Periode bestimmen	317
Die Asymptoten zuordnen	318
Tangens-Gefummel	320
Den Tangens multiplizieren	321
Den Winkel multiplizieren	322
Etwas zum Tangens addieren	324
Und jetzt zum Kotangens	326
Kapitel 18	
Graphen anderer trigonometrischer Funktionen	329
Wozu ist der Kosekans gut?	329
Die Asymptoten bestimmen	329
Verwendung des Sinus-Graphen	329
Den Kosekans variieren	332
Die Offenbarung des Sekans	333
Die Asymptoten bestimmen	333
Den Graphen des Sekans skizzieren	335
Ein paar weitere Informationen zum Sekans	336
Die inversen Funktionen skizzieren	337
Den inversen Sinus und Kosinus zeichnen	337
Inverse des Tangens und des Kotangens	338
Inverse Sekans- und Kosekans-Funktionen zeichnen	339
Kapitel 19	
Trigonometrischer Graphen in Vollendung	341
Die Grundlagen trigonometrischer Gleichungen	341
Über eine horizontale Linie spiegeln	342
Die Gleichung interpretieren	343
Graphen mit der allgemeinen Form	343
Funktionen addieren und subtrahieren	348
Und jetzt zu Beispielen aus der Praxis	349
Die Gezeiten messen	350
Eine Hirschpopulation verfolgen	352
Die Bewegung eines Objekts an einer Feder messen	352

Teil VI	
Der Top-Ten-Teil	355
Kapitel 20	
Zehn grundlegende Identitäten ... und noch eine	357
Reziprok-Identitäten	357
Verhältnis-Identitäten	357
Pythagoreische Identitäten	358
Gegenwinkel-Identitäten	358
Kapitel 21	
Zehn nicht so grundlegende Identitäten	359
Produkt-zu-Summe-Identitäten	359
Summe-zu-Produkt-Identitäten	360
Reduktionsformel	360
Die Gleichungen von Mollweide	361
Kapitel 22	
Zehn nicht so grundlegende Identitäten	363
Grundlinie und Höhe	364
Gewöhnen Sie sich an Heron!	364
Trigonometrie in der Praxis (oder wofür auch immer Sie dieses Buch lesen)	364
Seite-Winkel-Seite-Formeln	364
Winkel-Seite-Winkel-Formeln	365
Zurück zur Algebra: Determinanten verwenden	365
Kapitel 23	
Wertetabelle für die trigonometrischen Funktionen	367
Stichwortverzeichnis	373

