

# ***Inhaltsverzeichnis***

|   |           |
|---|-----------|
| <b><i>Einleitung</i></b>  | <b>19</b> |
| Über dieses Buch  | 19        |
| Festlegungen in diesem Buch   | 20        |
| Einige törichte Annahmen  | 20        |
| Aufbau dieses Buches  | 20        |
| Teil A: Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen                            | 20        |
| Teil B: Gebunden, aber unbestimmt: Teilchen in gebundenen Zuständen         | 21        |
| Teil C: Schwindlig werden mit Drehimpuls und Spin                           | 21        |
| Teil D: Die Quantenphysik wird dreidimensional                              | 21        |
| Teil E: Gruppendynamik mit vielen Teilchen                                  | 21        |
| Teil F: Der Top-Ten-Teil  | 21        |
| Symbole in diesem Buch  | 21        |
| Nun kann es losgehen!   | 22        |
| <br>  |           |
| <b><i>Teil I</i></b>  |           |
| <b><i>Ist die Welt nicht klein? Die Grundlagen</i></b>                      | <b>23</b> |
| <br>  |           |
| <b><i>Kapitel 1</i></b>   |           |
| <b><i>Entdeckungen und wesentliche Grundlagen<br/>der Quantenphysik</i></b> | <b>25</b> |
| Diskret werden: Der Ärger mit der Strahlung schwarzer Körper                | 25        |
| Der erste Versuch: Das Wien'sche Gesetz                                     | 27        |
| Der zweite Versuch: Das Rayleigh-Jeans-Gesetz                               | 27        |
| Ein intuitiver (Quanten-)Sprung: Das Planck'sche Spektrum                   | 28        |
| Stück für Stück: Licht als Teilchen   | 28        |
| Die Erklärung des photoelektrischen Effektes                                | 29        |
| Streuung von Licht an Elektronen: Der Compton-Effekt                        | 31        |
| Das Positron als Beweis? Dirac und die Paarerzeugung                        | 32        |
| Eine doppelte Identität: Die Wellennatur von Teilchen                       | 33        |
| Man kann nicht alles wissen (aber die Wahrscheinlichkeiten berechnen)       | 34        |
| Die Heisenberg'sche Unschärferelation                                       | 34        |
| Die Würfel rollen: Quantenphysik und Wahrscheinlichkeiten                   | 35        |
| <br>  |           |
| <b><i>Kapitel 2</i></b>   |           |
| <b><i>In die Matrix überführen: Was sind Zustandsvektoren?</i></b>          | <b>37</b> |
| Vektoren im Hilbert-Raum erstellen  | 37        |
| Mit der Dirac-Schreibweise das Leben vereinfachen                           | 39        |

|  |    |
|--|----|
| Verkürzte Schreibweise durch Ket-Vektoren                                  | 40 |
| Den hermitesch Konjugierten als Bra-Vektor schreiben                       | 41 |
| Bras und Kets miteinander multiplizieren: Eine Wahrscheinlichkeit von 1    | 42 |
| Nicht an eine Basis gebundene Zustandsvektoren: Bras und Kets              | 42 |
| Rechenregeln in der Ket-Schreibweise                                       | 43 |
| Spaß mit Operatoren  | 44 |
| Hallo Operator: So arbeiten Operatoren                                     | 44 |
| In großer Erwartung: Erwartungswerte bestimmen                             | 45 |
| Lineare Operatoren   | 47 |
| Hermitesche Operatoren und ihre Adjungierten                               | 47 |
| Vorwärts und Rückwärts: Kommutatoren bestimmen                             | 48 |
| Kommutieren der Operatoren   | 49 |
| Anti-hermitesche Operatoren  | 49 |
| Bei Null starten und bei Heisenberg enden                                  | 50 |
| Eigenvektoren und Eigenwerte: Natürlich sind sie eigenartig!               | 53 |
| Verstehen, wie sie funktionieren   | 55 |
| Eigenvektoren und Eigenwerte bestimmen                                     | 57 |
| Auf das Gegenteil vorbereitet sein: Vereinfachung durch unitäre Operatoren | 59 |
| Vergleich zwischen Matrix- und kontinuierlicher Darstellung                | 60 |
| Mit der Differentialrechnung zu einer kontinuierlichen Basis               | 61 |
| Jetzt kommen die Wellen  | 61 |

## **Teil II**

### ***Gebunden, aber unbestimmt:***

#### ***Teilchen in gebundenen Zuständen*** **65**

### **Kapitel 3**

#### ***Gefangen in Potentialtöpfen*** **67**

|  |    |
|--|----|
| In einen Potentialtopf schauen                                     | 67 |
| Teilchen in Potentialtöpfen einschließen                           | 68 |
| Gebundene Teilchen in Potentialtöpfen                              | 69 |
| Aus Potentialtöpfen entkommen                                      | 70 |
| Gebundene Teilchen in unendlichen rechteckigen Potentialtöpfen     | 70 |
| Berechnung der Wellenfunktionen                                    | 71 |
| Bestimmung der Energieniveaus                                      | 72 |
| Die Normalisierung der Wellenfunktion                              | 73 |
| Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der Wellenfunktion           | 74 |
| Der Übergang zu symmetrischen rechteckigen Potentialtöpfen         | 76 |
| Begrenztes Potential: Einen Blick auf Teilchen und Potentialstufen | 77 |
| Angenommen, das Teilchen hat genügend Energie                      | 78 |
| Angenommen, das Teilchen hat nicht genug Energie                   | 81 |
| Gegen die Wand stoßen: Teilchen und Potentialbarrieren             | 85 |
| Überwinden der Potentialbarriere mit $E > V_0$                     | 85 |
| Überwinden der Potentialbarriere – auch mit $E < V_0$              | 87 |

|   |    |
|---|----|
| Die Lösung der Schrödinger-Gleichung für ungebundene Teilchen | 91 |
| Ein physikalisches Teilchen mit einem Wellenpaket beschreiben | 92 |
| Ein Gauss'sches Beispiel                                      | 93 |

## ***Kapitel 4***

### ***Hin und her mit harmonischen Oszillatoren*** **95**

|  |     |
|--|-----|
| Der Hamilton-Operator für harmonische Oszillatoren                                   | 95  |
| Der klassische harmonische Oszillator  | 95  |
| Die Gesamtenergie in der Quanten-Schwingung  | 96  |
| Erzeugung und Vernichtung: Einführung der Operatoren für den harmonischen Oszillator | 97  |
| Die Energie-Zustandsgleichungen bestimmen  | 98  |
| Die Eigenzustände berechnen  | 99  |
| Direkte Verwendung von $a$ und $a^\dagger$   | 100 |
| Die Energieeigenzustände des harmonischen Oszillators bestimmen                      | 101 |
| Ein paar Zahlen einsetzen  | 107 |
| Die Operatoren des harmonischen Oszillators als Matrizen                             | 108 |
| Ein Computerprogramm zur numerischen Lösung der Schrödinger-Gleichung                | 113 |
| Eine Näherung erstellen  | 113 |
| Erstellen des Programms  | 114 |
| Das Programm laufen lassen   | 122 |

## ***Teil III***

### ***Alles dreht sich um Drehimpulse und Spin*** **125**

## ***Kapitel 5***

### ***Arbeiten mit dem Drehimpuls auf Quantenniveau*** **127**

|   |     |
|---|-----|
| Mit dem Drehimpuls im Kreis herum                                   | 128 |
| Die Kommutatoren von $L_x$ , $L_y$ und $L_z$ bestimmen              | 129 |
| Die Eigenzustände des Drehimpulses bestimmen                        | 130 |
| Die Eigenwerte des Drehimpulses bestimmen                           | 132 |
| Zustandsgleichungen mit $\beta_{\max}$ und $\beta_{\min}$ herleiten | 132 |
| Die Rotationsenergie eines zweiatomigen Moleküls                    | 135 |
| Die Eigenwerte der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren bestimmen | 136 |
| Drehimpuls und Matrix-Darstellung                                   | 137 |
| Das Ganze abrunden: Übergang zu Kugelkoordinaten                    | 142 |
| Die Eigenfunktionen von $L_x$ in Kugelkoordinaten                   | 144 |
| Die Eigenfunktionen von $L_z$ in Kugelkoordinaten                   | 145 |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Kapitel 6</b>   |            |
| <b>Mit Spin schwindlig werden</b>  | <b>151</b> |
| Der Stern-Gerlach-Versuch und der fehlende Strahl                            | 151        |
| Lang und schmutzig: Der Spin und die Eigenzustände                           | 152        |
| Halbe und Ganze: Fermionen und Bosonen                                       | 153        |
| Spinoperatoren: Bewegungen mit Drehimpuls                                    | 154        |
| Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen und Pauli-Matrizen                              | 155        |
| Spin $\frac{1}{2}$ -Matrizen   | 156        |
| Pauli-Spinmatrizen   | 157        |
| <br>   |            |
| <b>Teil IV</b>   |            |
| <b>Die Quantenphysik wird dreidimensional</b>                                | <b>159</b> |
| <br>   |            |
| <b>Kapitel 7</b>   |            |
| <b>Rechtwinklige Koordinaten: Lösen von Problemen in drei Dimensionen</b>    | <b>161</b> |
| Die Schrödinger-Gleichung: Jetzt in 3D-Qualität!                             | 161        |
| Freie Teilchen im Dreidimensionalen  | 163        |
| Die Gleichungen für x, y und z   | 165        |
| Bestimmung der Gesamtenergie   | 165        |
| Zeitabhängigkeit führt zu einer physikalischen Lösung                        | 166        |
| Dreidimensionale rechtwinklige Potentiale                                    | 168        |
| Die Energieniveaus bestimmen   | 170        |
| Die Wellenfunktion normalisieren   | 171        |
| Würfelförmiges Potential   | 173        |
| Der dreidimensionale harmonische Oszillator                                  | 174        |
| <br>   |            |
| <b>Kapitel 8</b>   |            |
| <b>Probleme in drei Dimensionen: Kugelkoordinaten</b>                        | <b>177</b> |
| Ein neuer Blick-Winkel: Kugelkoordinaten anstelle rechtwinkliger Koordinaten | 177        |
| Zentralpotentiale im Dreidimensionalen                                       | 179        |
| Die Schrödinger-Gleichung zerlegen   | 179        |
| Der winkelabhängige Teil von $\psi(r, \theta, \phi)$                         | 180        |
| Der radiale Teil von $\psi(r, \theta, \phi)$                                 | 181        |
| Freie Teilchen im Dreidimensionalen in Kugelkoordinaten                      | 182        |
| Die sphärischen Bessel- und Neumann-Funktionen                               | 183        |
| Näherungen für große und kleine $\rho$                                       | 184        |
| Das sphärisch symmetrische Kastenpotential                                   | 184        |
| Innerhalb des Potentialtopfes: $0 < r < a$                                   | 185        |
| Außerhalb des Potentialtopfes: $r > a$                                       | 187        |
| Der isotrope harmonische Oszillator  | 188        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Kapitel 9</b>  |            |
| <b><i>Wasserstoffatome verstehen</i></b>                                | <b>191</b> |
| Die Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom                       | 191        |
| Vereinfachung und Aufspaltung der Schrödinger-Gleichung für Wasserstoff | 193        |
| Die Lösung für $\psi(R)$  | 195        |
| Die Lösung für $\psi(r)$  | 196        |
| Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung für kleine $r$                | 196        |
| Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung für große $r$                 | 197        |
| Zusammenfügen der Lösungen für die Radialgleichung                      | 197        |
| Die Funktion $f(r)$ endlich machen                                      | 199        |
| Bestimmung der erlaubten Energien des Wasserstoffatoms                  | 200        |
| Die Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung                           | 201        |
| Wellenfunktionen des Wasserstoffs                                       | 204        |
| Die Energieentartung beim Wasserstoffatom                               | 206        |
| Quantenzustände mit Spin  | 207        |
| Linien führen zu Orbitalen  | 209        |
| Das Elektron ist schwer zu fassen                                       | 210        |
| <br>  |            |
| <b>Kapitel 10</b>   |            |
| <b><i>Viele identische Teilchen</i></b>                                 | <b>213</b> |
| Viel-Teilchen-Systeme im Allgemeinen                                    | 213        |
| Wellenfunktionen und Hamilton-Operatoren                                | 214        |
| Nobelpreiswürdig: Nachdenken über Viel-Elektronen-Atome                 | 215        |
| Ein hilfreiches Werkzeug: Austauschsymmetrie                            | 216        |
| Die Ordnung zählt: Teilchen mit dem Austauschoperator vertauschen       | 216        |
| Einteilung in symmetrische und antisymmetrische Wellenfunktionen        | 218        |
| Systeme mit vielen unterscheidbaren Teilchen                            | 220        |
| Mit vielen identischen Teilchen jonglieren                              | 222        |
| Die Identität verlieren   | 222        |
| Symmetrie und Antisymmetrie   | 224        |
| Austausch-Entartung: Der gleichbleibende Hamilton-Operator              | 224        |
| Zusammengesetzte Teilchen und ihre Symmetrie                            | 225        |
| Symmetrische und antisymmetrische Wellenfunktionen                      | 226        |
| Identische nicht wechselwirkende Teilchen                               | 227        |
| Wellenfunktionen in Zwei-Teilchen-Systemen                              | 227        |
| Wellenfunktionen für Drei-Teilchen-oder-mehr-Systeme                    | 229        |
| Nicht für Alle ist Platz: Das Pauli-Prinzip                             | 229        |
| Das Periodensystem der Elemente   | 230        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Teil V</b>   |            |
| <b>Gruppendynamik mit vielen Teilchen</b>                                       | <b>231</b> |
| <b>Kapitel 11</b>   |            |
| <b>Systemen einen Stoß versetzen: Störungstheorie</b>                           | <b>233</b> |
| Die zeitunabhängige Störungstheorie   | 233        |
| Störungstheorie für nicht entartete Ausgangszustände                            | 234        |
| Eine kleine Entwicklung: Störung der Gleichungen                                | 234        |
| Anpassen der Koeffizienten von $\lambda$ und Vereinfachung                      | 235        |
| Die Korrekturen erster Ordnung bestimmen  | 236        |
| Die Korrekturen zweiter Ordnung   | 237        |
| Die Störungstheorie im Test: Harmonische Oszillatoren in elektrischen Feldern   | 239        |
| Exakte Lösungen berechnen   | 240        |
| Störungstheorie anwenden  | 240        |
| Störungstheorie für entartete Hamilton-Operatoren                               | 244        |
| Test der entarteten Störungstheorie: Wasserstoff in elektrischen Feldern        | 246        |
| <b>Kapitel 12</b>   |            |
| <b>Peng-Peng: Streutheorie</b>  | <b>249</b> |
| Teilchenstreuung und Wirkungsquerschnitt  | 249        |
| Wechsel zwischen Schwerpunktsystem und Laborsystem                              | 251        |
| Die Streuung beschreiben  | 251        |
| Die Streuwinkel umrechnen   | 252        |
| Die Wirkungsquerschnitte umrechnen  | 254        |
| Teilchen gleicher Masse im Laborsystem  | 255        |
| Die Streuamplitude von spinlosen Teilchen                                       | 256        |
| Die Wellenfunktion des einfallenden Teilchens                                   | 257        |
| Die Wellenfunktion des gestreuten Teilchens                                     | 257        |
| Der Zusammenhang zwischen Streuamplitude und differentiellm Wirkungsquerschnitt | 258        |
| Bestimmung der Streuamplitude   | 259        |
| Die Born'sche Näherung: Die Rettung der Wellengleichung                         | 260        |
| Die Wellenfunktion bei großen Abständen   | 261        |
| Anwendung der ersten Born'schen Näherung  | 262        |
| Mit der Born'schen Näherung rechnen   | 263        |

|   |            |
|---|------------|
| <b>Teil VI</b>  |            |
| <b>Der Top-Ten-Teil</b>   | <b>265</b> |
| <b>Kapitel 13</b>   |            |
| <b>Zehn Webseiten zur Quantenphysik</b>                               | <b>267</b> |
| Elektronen und Photonen aus Ulm                                       | 267        |
| Quanten.de-Portal   | 267        |
| Joachims Quantenwelt  | 267        |
| Visual Quantum Mechanics  | 268        |
| HydrogenLab   | 268        |
| MILQ  | 268        |
| Multimediaphysik  | 268        |
| Quantum Mechanics Tutorial  | 268        |
| An Introduction to Quantum Mechanics                                  | 269        |
| HyperPhysics  | 269        |
| <b>Kapitel 14</b>   |            |
| <b>Zehn Highlights der Quantenphysik</b>                              | <b>271</b> |
| Welle-Teilchen-Dualismus  | 271        |
| Der photoelektrische Effekt   | 271        |
| Entdeckung des Spins  | 272        |
| Unterschiede zwischen den Newton'schen Gesetzen und der Quantenphysik | 272        |
| Die Heisenberg'sche Unschärferelation                                 | 272        |
| Der Tunneleffekt  | 272        |
| Diskrete Atomspektren   | 273        |
| Der harmonische Oszillator  | 273        |
| Potentialtöpfe  | 273        |
| Schrödingers Katze  | 274        |
| <b>Glossar</b>  | <b>274</b> |
| <b>Stichwortverzeichnis</b>   | <b>281</b> |

