Die Welt der Zahlen

1

In diesem Kapitel ...

- Verstehen, wie Stellenwerte aus Ziffern Zahlen machen
- Zahlen auf die nächsten Zehner, Hunderter oder Tausender runden
- Mit den vier Grundrechenarten rechnen (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division)
- Sich mit der schriftlichen Division vertraut machen

In diesem Kapitel wiederhole ich die grundlegende Mathematik für Sie, und ich meine *grundlegend*. Wahrscheinlich kennen Sie einen Großteil dieses Stoffs bereits. Betrachten Sie es einfach als Reise in die mathematische Vergangenheit, als Kurzurlaub von der Mathematik, mit der Sie sich gerade jetzt beschäftigen. Mit dieser stabilen Grundlage werden Ihnen die nachfolgenden Kapitel sehr viel leichter fallen.

Als Erstes geht es darum, wie das Zahlensystem, das Sie verwenden (auch als *indisch-arabisches Zahlensystem* oder Dezimalzahlen bezeichnet), Ziffern und Stellenwerte nutzt, um Zahlen darzustellen. Anschließend geht es um das Runden von Zahlen auf die nächsten Zehner, Hunderter und Tausender.

Später geht es um die vier Grundrechenarten: Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division. Sie werden erkennen, wie der Zahlenstrahl alle vier Operationen erklärt. In einem weiteren Abschnitt werden Sie Aufgaben mit größeren Zahlen lösen. Zum Schluss bringe ich Ihnen noch bei, wie Sie eine schriftliche Division mit und ohne Rest lösen.

In der Algebra wird für die Darstellung der Multiplikation häufig der Punkt ($\cdot$) statt des Malzeichens ($\times$) verwendet. Dieser Konvention folge ich auch in diesem Buch.

Zahlen und Ziffern am richtigen Ort

Das gebräuchlichste Zahlensystem der Welt ist das *indisch-arabische Zahlensystem*. Dieses System besteht aus zehn *Ziffern* (auch als *Grundzahlen* bezeichnet). Ziffern sind genauso Symbole wie die Buchstaben *A* bis *Z*. Und Sie kennen sie bereits:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Wie die Buchstaben des Alphabets sind auch die einzelnen Ziffern als solche nicht besonders aussagekräftig. Kombiniert man jedoch diese zehn Symbole, können Sie unter Verwendung des *Stellenwerts* beliebig große Zahlen erstellen. Der Stellenwert ordnet jeder Ziffer einen größeren oder kleineren Wert zu, abhängig davon, wo in einer Zahl sie steht. Jede Stelle in einer Zahl bedeutet das jeweils Zehnfache der Stelle, die unmittelbar rechts von ihr steht.

Die Ziffer 0 fügt einer Zahl keinen Wert hinzu, aber sie kann als Platzhalter dienen. Wenn rechts von mindestens einer Ziffer ungleich Null eine 0 erscheint, handelt es sich um einen Platzhalter. Platzhalter sind wichtig, weil sie dafür sorgen, dass die anderen Ziffern ihren korrekten Stellenwert erhalten. Befindet sich dagegen eine 0 nicht rechts von einer Ziffer ungleich Null, handelt es sich um eine *führende Null*. Führende Nullen sind unnötig und können aus einer Zahl entfernt werden.

Frage

Identifizieren Sie in der Zahl 284 die Einerziffer, die Zehnerziffer und die Hunderterziffer.

Antwort

Die Einerziffer ist die 4, die Zehnerziffer ist die 8 und die Hunderterziffer ist die 2.

Frage

Stellen Sie die Zahl 5672 in einer Tabelle dar, die den Wert jeder Ziffer verdeutlicht. Anschließend verwenden Sie diese Tabelle für eine Additionsaufgabe, um zu zeigen, wie diese Zahl in einzelne Ziffern zerlegt werden kann.

Antwort

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
			5	6	7	2

Der Grundwert 5 steht an der Tausenderstelle, 6 an der Hunderterstelle, 7 an der Zehnerstelle und 2 an der Einerstelle. Die Zahl kann also wie folgt zerlegt werden:

$$5\,000 + 600 + 70 + 2 = 5\,672$$

Frage

Schreiben Sie die Zahl 040 120 in eine Tabelle, die den Wert jeder Ziffer verdeutlicht. Anschließend verwenden Sie diese Tabelle, um zu zeigen, wie die Zahl in einzelne Ziffern zerlegt werden kann. Welche Nullen sind Platzhalter, und welche sind führende Nullen?

Antwort

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
	0	4	0	1	2	0

Die erste 0 steht an der Hunderttausenderstelle, 4 steht an der Zehntausenderstelle, die nächste 0 steht an der Tausenderstelle, die 1 steht an der Hunderterstelle, die 2 an der Zehnerstelle und die letzte 0 an der Einerstelle. Wir erhalten also Folgendes:

$0 + 40\,000 + 0 + 100 + 20 + 0 = 40\,120$

Die erste 0 ist eine führende Null. Die restlichen Nullen sind Platzhalter.

Aufgabe 1

Identifizieren Sie in der Zahl 7 359 die folgenden Ziffern:

a) Die Einerziffer

b) Die Zehnerziffer

c) Die Hunderterziffer

d) Die Tausenderziffer

Lösung

Aufgabe 2

Schreiben Sie die Zahl 2 136 in eine Tabelle, die den Wert jeder Ziffer aufzeigt. Anschließend zeigen Sie anhand der Tabelle, wie diese Zahl in einzelne Ziffern zerlegt werden kann.

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer

Lösung

Aufgabe 3

Schreiben Sie die Zahl 03 809 in eine Tabelle, die den Wert jeder Ziffer aufzeigt. Anschließend zeigen Sie anhand der Tabelle, wie diese Zahl in einzelne Ziffern zerlegt werden kann. Welche 0 ist ein Platzhalter, welche eine führende Null?

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer

Lösung

Aufgabe 4

Schreiben Sie die Zahl 0 450 900 in eine Tabelle, die den Wert jeder Ziffer aufzeigt. Anschließend zeigen Sie anhand der Tabelle, wie diese Zahl in einzelne Ziffern zerlegt werden kann. Welche 0 ist ein Platzhalter, welche führende Nullen?

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer

Lösung

Kompakt: Zahlen auf- und abrunden

Große Zahlen werden durch Runden handlicher. Um eine zweistellige Zahl auf den nächsten Zehner zu runden, machen Sie einfach die nächstgelegene Zahl daraus, die mit einer 0 endet:

- ✔ Wenn eine Zahl mit 1, 2, 3 oder 4 endet, runden Sie ab. Mit anderen Worten, Sie behalten die Ziffer an der Zehnerstelle bei und machen die Einerstelle zu einer 0.
- ✔ Wenn eine Zahl mit 5, 6, 7, 8 oder 9 endet, runden Sie auf. Dazu addieren Sie 1 zur Zehnerziffer und machen die Einerziffer zu einer 0.

Um eine Zahl mit mehr als zwei Stellen auf den nächsten Zehner zu runden, gehen Sie nach derselben Methode vor. Sie konzentrieren sich einfach auf die Einer- und die Zehnerziffern.

Nachdem Sie verstanden haben, wie eine Zahl auf die nächsten Zehn gerundet wird, ist es ganz einfach, eine Zahl auf die nächsten Hundert, Tausend oder darüber hinaus zu runden. Sie konzentrieren sich einfach immer auf zwei Ziffern: Die Ziffer an der Stelle, auf die Sie runden, und die Ziffer unmittelbar rechts davon, an der Sie erkennen, ob auf- oder abgerundet wird. Alle Ziffern rechts von der Zahl, auf die Sie runden, werden zu 0.

Wenn Sie eine Zahl aufrunden, kann gelegentlich eine kleine Änderung an den Einer- und Zehnerziffern die anderen Ziffern beeinflussen. Sie kennen das von Ihrem Kilometerzähler im Auto, wenn sehr viele 9-en zu 0en werden, etwa beim Wechsel von 11 999 Kilometern auf 12 000 Kilometer.

Frage

Runden Sie die Zahlen 31, 58 und 95 auf den nächstgelegenen Zehner.

Antwort

30, 60 und **100**.

Die Zahl 31 endet auf 1, Sie runden also ab:

$31 \rightarrow 30$

Die Zahl 58 endet auf 8, Sie runden also auf:

$58 \rightarrow 60$

Die Zahl 95 endet auf 5, Sie runden also auf:

$95 \rightarrow 100$

Frage

Runden Sie die Zahlen 742, 3 820 und 61 225 auf den nächstgelegenen Zehner.

Antwort

740, 3 820 und **61 230**.

Die Zahl 742 endet auf 2, Sie runden also ab:

$7\underline{42} \rightarrow 7\underline{40}$

Die Zahl 3 820 endet bereits auf 0, es ist also keine Rundung erforderlich:

$38\underline{20} \rightarrow 38\underline{20}$

Die Zahl 61 225 endet auf 5, Sie runden also auf:

$612\underline{25} \rightarrow 612\underline{30}$

Aufgabe 5

Runden Sie die folgenden zweistelligen Zahlen auf den nächstgelegenen Zehner:

a) 29

b) 43

c) 75

d) 95

Lösung

Aufgabe 6

Runden Sie die folgenden Zahlen auf den nächsten Zehner:

a) 164

b) 765

c) 1 989

d) 9 999 995

Lösung

Aufgabe 7

Runden Sie die folgenden Zahlen auf den nächstgelegenen Hunderter:

a) 439

b) 562

c) 2 950

d) 109 974

Lösung

Aufgabe 8

Runden Sie die folgenden Zahlen auf den nächstgelegenen Tausender:

a) 5 280

b) 77 777

c) 1 234 567

d) 1 899 999

Lösung

Mit dem Zahlenstrahl die vier Grundrechenarten üben

Der *Zahlenstrahl* ist einfach eine Linie, auf der in gleichmäßigen Abständen Zahlen eingetragen sind. Wahrscheinlich haben Sie den ersten Zahlenstrahl gesehen, als Sie gelernt haben, bis 10 zu zählen. In diesem Abschnitt zeige ich Ihnen, wie Sie dieses vertraute Werkzeug einsetzen, um die vier Grundrechenarten auf relativ kleine Zahlen anzuwenden (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division).

Der Zahlenstrahl kann ein praktisches Werkzeug für die Addition und Subtraktion kleiner Zahlen sein:

✔ Wenn Sie addieren, gehen Sie auf dem Zahlenstrahl *vorwärts*, also nach rechts.

✔ Wenn Sie subtrahieren, gehen Sie auf dem Zahlenstrahl *rückwärts*, also nach links.

Um auf dem Zahlenstrahl zu multiplizieren, beginnen Sie bei 0 und zählen so oft um die *erste Zahl* aus der Aufgabenstellung nach rechts, wie durch die *zweite Zahl* angegeben.

Um auf dem Zahlenstrahl zu dividieren, kennzeichnen Sie zuerst ein Segment auf dem Zahlenstrahl von 0 bis zu der *ersten Zahl* aus der Aufgabenstellung. Anschließend teilen Sie diesen Abschnitt gleichmäßig in so viele Teile, wie in der *zweiten Zahl* angegeben. Die Länge jedes einzelnen Teils ist die Lösung für die Aufgabe.

BEISPIEL

Frage

Addieren Sie 6 + 7 auf dem Zahlenstrahl.

Antwort

13. Der Ausdruck 6 + 7 bedeutet *beginnen Sie bei 6 und gehen Sie 7 nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 13 (siehe Abbildung 1.1):

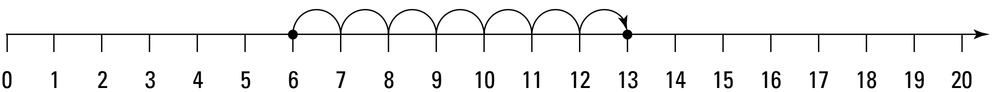

Abbildung 1.1: 6 + 7 = 13 auf dem Zahlenstrahl addieren

Frage

Subtrahieren Sie 12 – 4 auf dem Zahlenstrahl.

Antwort

8. Der Ausdruck 12 – 4 bedeutet *beginnen Sie bei 12 und gehen Sie 4 nach links*. Damit gelangen Sie zu 8 (siehe Abbildung 1.2).

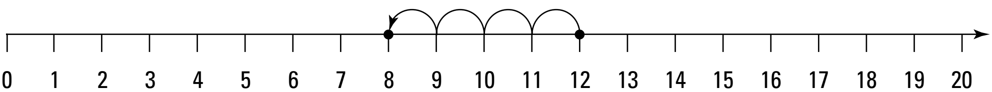

Abbildung 1.2: 12 – 4 auf dem Zahlenstrahl subtrahieren

Frage

Multiplizieren Sie $2 \cdot 5$ auf dem Zahlenstrahl.

Antwort

10. Der Ausdruck $2 \cdot 5$ bedeutet *beginnen Sie bei 0 und gehen Sie fünfmal um zwei nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 10 (siehe Abbildung 1.3).

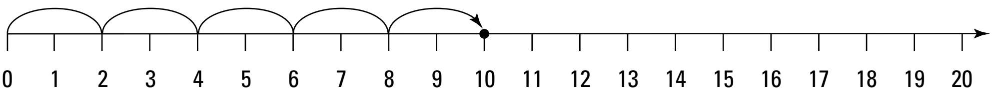

Abbildung 1.3: Auf dem Zahlenstrahl $2 \cdot 5$ multiplizieren

Frage

Dividieren Sie $12 \div 3$ auf dem Zahlenstrahl.

Antwort

4. Der Ausdruck $12 \div 3$ bedeutet *kennzeichnen Sie das Segment von 0 bis 12 auf dem Zahlenstrahl. Jetzt teilen Sie dieses Segment gleichmäßig in drei kleinere Abschnitte*, wie in Abbildung 1.4 gezeigt. Jeder dieser Abschnitte hat eine Länge von 4, was die Lösung für diese Aufgabe ist.

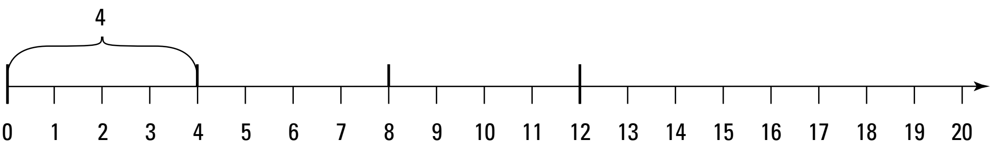

Abbildung 1.4: $12 \div 3$ auf dem Zahlenstrahl dividieren

Aufgabe 9

Addieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $4 + 7 = ?$

b) $9 + 8 = ?$

c) $12 + 0 = ?$

d) $4 + 6 + 1 + 5 = ?$

Lösung

Aufgabe 10

Subtrahieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $10 - 6 = ?$

b) $14 - 9 = ?$

c) $18 - 18 = ?$

d)$9 - 3 + 7 - 2 + 1 = ?$

Lösung

Aufgabe 11

Multiplizieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $2 \cdot 7$

b) $7 \cdot 2$

c) $4 \cdot 3$

d) $6 \cdot 1$

e) $6 \cdot 0$

f) $0 \cdot 10$

Lösung

Aufgabe 12

Dividieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $8 \div 2 = ?$

b) $15 \div 5 = ?$

c) $18 \div 3 = ?$

d) $10 \div 10 = ?$

e) $7 \div 1 = ?$

f) $0 \div 2 = ?$

Lösung

Spaltenweise: Addieren und Subtrahieren

Für die Addition großer Zahlen schreiben Sie diese übereinander, sodass alle gleichwertigen Ziffern (Einer, Zehner, Hunderter und so weiter) in Spalten untereinander stehen. Anschließend arbeitet man von links nach rechts. Man führt die Berechnungen vertikal aus, beginnend mit den Einerspalten, dann weiter bei den Zehnerspalten und so weiter.

- ✔ Wenn eine Spalte beim Addieren 10 oder mehr ergibt, schreiben Sie die Einerziffer des Ergebnisses an und übertragen die Zehnerziffer in die Spalte unmittelbar links davon.
- ✔ Ist beim Subtrahieren die oberste Ziffer in einer Spalte kleiner als die untere, »borgen« Sie etwas von der Spalte unmittelbar links davon.

Frage

Addieren Sie 35 + 26 + 142.

Antwort

203. Schreiben Sie die Zahlen übereinander und addieren Sie die Spalten von rechts nach links:

$$\begin{array}{r} {}^{1}\,{}^{1} \\ 35 \\ 26 \\ +\,142 \\ \hline 203 \end{array}$$

Beachten Sie, dass ich beim Addieren der Einerspalten (5 + 6 + 2 = 13) die 3 unter diese Spalte und die 1 als Übertrag in die Zehnerspalte geschrieben habe. Beim Addieren der Zehnerspalte (1 + 3 + 2 + 4 = 10) habe ich die 0 unter diese Spalte und die 1 als Übertrag in die Hunderterspalte geschrieben.

Frage

Subtrahieren Sie 843 – 91.

Antwort

752. Schreiben Sie die Zahlen untereinander und subtrahieren Sie die Spalten von rechts nach links:

$$\begin{array}{r} {}^{7}\cancel{8}\,{}^{1}43 \\ -\;91 \\ \hline 752 \end{array}$$

Wenn ich versuche, die Zehnerspalte zu subtrahieren, stelle ich fest, dass 4 kleiner als 9 ist, deshalb borge ich 1 von der Hunderterspalte, mache dort die 8 zur 7. Anschließend schreibe ich diese 1 vor die 4, so dass sie zur 14 wird. Jetzt kann ich 14 – 9 = 5 subtrahieren.

Aufgabe 13

Addieren Sie 129 + 88 + 35 = ?

Lösung

Aufgabe 14

Bestimmen Sie die Summe aus 1 734 + 620 + 803 + 32 = ?

Lösung

Aufgabe 15

Subtrahieren Sie 419 – 57.

Lösung

Aufgabe 16

Subtrahieren Sie 41 024 – 1 786.

Lösung

Mehrere Ziffern multiplizieren

Für die Multiplikation großer Zahlen schreiben Sie die erste Zahl neben die zweite. Anschließend multiplizieren Sie jede Ziffer der rechten Zahl von rechts nach links mit der linken Zahl. Mit anderen Worten, zuerst multiplizieren Sie die linke Zahl mit der Einerziffer der rechten Zahl. Anschließend schreiben Sie eine 0 als Platzhalter und multiplizieren die linke Zahl mit der Zehnerziffer der rechten Zahl. Diesen Prozess setzen Sie fort, indem Sie Platzhalter einfügen und die linke Zahl mit der nächsten Ziffer der rechten Zahl multiplizieren.

Wenn das Ergebnis eine zweistellige Zahl ist, schreiben Sie die Einerziffer auf und übertragen die Zehnerziffer in die nächste Spalte. Nach der Multiplikation der beiden nächsten Ziffern addieren Sie die Zahl aus dem Übertrag.

Addieren Sie die Ergebnisse, um die endgültige Antwort zu erhalten.

Frage

Multiplizieren Sie $742 \cdot 136$.

Antwort

100 912. Schreiben Sie die erste Zahl neben die zweite:

$$\begin{array}{r} 742 \\ \times\ 136 \\ \hline \end{array}$$

Jetzt multiplizieren Sie 6 mit jeder Ziffer in 742, beginnend auf der rechten Seite. Weil $2 \cdot 6 = 12$ ist, also eine zweistellige Zahl, schreiben Sie die 2 auf und übertragen die 1 in die Zehnerspalte. In der nächsten Spalte multiplizieren Sie $4 \cdot 6 = 24$ und addieren die 1 aus dem Übertrag, womit Sie insgesamt 25 erhalten. Sie schreiben die 5 auf und übertragen die 2 in die Hunderterspalte. Multiplizieren Sie $7 \cdot 6 = 42$ und addieren Sie die 2 aus dem Übertrag, sodass Sie schließlich 44 erhalten:

$$\begin{array}{r} 742 \cdot 136 \\ \hline 742 \end{array}$$

Jetzt schreiben Sie eine 0 ganz rechts in die Zeile unter derjenigen, die Sie gerade geschrieben haben. Multiplizieren Sie 3 mit jeder Ziffer von 742, beginnend von rechts, und bilden Sie gegebenenfalls einen Übertrag:

$$\begin{array}{r} 742 \cdot 136 \\ \hline 742 \\ 2226 \end{array}$$

Schreiben Sie zwei Nullen rechts neben die Zeile, die Sie gerade geschrieben haben. Wiederholen Sie diesen Prozess mit 1:

$$\begin{array}{r} 742 \cdot 136 \\ \hline 742 \\ 2226 \\ 4452 \\ \hline \end{array}$$

Schließlich addieren Sie die Ergebnisse:

$$\begin{array}{r} 742 \cdot 136 \\ \hline 742 \\ 2226 \\ 4452 \\ \hline 100912 \end{array}$$

Sie erhalten $742 \cdot 136 = 100\,912$.

Aufgabe 17

Multiplizieren Sie $75 \cdot 42$.

Lösung

Aufgabe 18

Multiplizieren Sie $136 \cdot 84$.

Lösung

Aufgabe 19

Multiplizieren Sie 1 728 · 405.

Lösung

Aufgabe 20

Multiplizieren Sie 8 912 · 767.

Lösung

Die schriftliche Division

Für die Division größerer Zahlen verwenden Sie die *schriftliche Division*. Dafür führen Sie für jede Ziffer im *Divisor*, das ist die Zahl, die Sie teilen, einen vollständigen Zyklus aus Division, Multiplikation und Subtraktion durch.

Bei einigen Aufgaben ist die Zahl ganz unten in der Berechnung ungleich 0. In diesen Fällen hat die Lösung einen Rest, ein übrig gebliebenes Stück, das ebenfalls berücksichtigt werden muss. In diesen Fällen schreiben Sie *R*, gefolgt von der übrig gebliebenen Zahl.

Frage

Dividieren Sie $956 \div 4$.

Antwort

239. Beginnen Sie damit, die Aufgabe wie folgt darzustellen:

$$956 \div 4 =$$

Als Erstes fragen Sie, wie oft 4 in 9 passt – also was ist $9 \div 4$? Die Lösung mit 2 (mit ein bisschen Rest), Sie schreiben also als erste Zahl Ihrer Lösung rechts vom Gleichheitszeichen die 2. Jetzt multiplizieren Sie $2 \cdot 4$, das sind 8. Die 8 schreiben Sie unter die 9 und ziehen eine Linie darunter:

$$\begin{array}{l} 956 \div 4 = 2 \\ \underline{8} \end{array}$$

Sie subtrahieren 9 – 8 und erhalten 1. (***Hinweis***: Dieses Subtraktionsergebnis muss kleiner als der Divisor sein (in dieser Aufgabe 4)). Anschließend holen Sie die nächste Zahl aus dem Divisor (5) herunter, sodass die neue Zahl 15 entsteht.

$$\begin{array}{l} 958 \div 4 = 2 \\ -\underline{8} \\ \ \ 15 \end{array}$$

Diese Schritte bilden einen vollständigen Zyklus. Um die Aufgabe fertig zu stellen, wiederholen Sie sie einfach. Jetzt fragen Sie, wie oft 4 in 15 passt – also was ist $15 \div 4$? Die Antwort ist 3 (mit ein bisschen Rest). Sie schreiben die 3 rechts neben die erste Ziffer des Ergebnisses. Anschließend multiplizieren Sie $3 \cdot 4$ und erhalten 12. Schreiben Sie diese 12 unter die 15.

$$\begin{array}{l} 956 \div 4 = 23 \\ -\underline{8} \\ \ \ 15 \\ -\underline{12} \end{array}$$

Subtrahieren Sie 15 – 12. Sie erhalten 3. Jetzt holen Sie die nächste Ziffer (6) von oben, um die neue Zahl 36 zu bilden.

$$\begin{array}{l} 956 \div 4 = 23 \\ -\underline{8} \\ \ \ 15 \\ -\underline{12} \\ \ \ \ \ 36 \end{array}$$

Ein weiterer Zyklus ist abgeschlossen. Sie beginnen mit dem nächsten Zyklus, indem Sie fragen, wie oft 4 in 36 passt – das heißt, was ist $36 \div 4$? Die Lösung ist 9. Schreiben Sie 9 rechts neben die bisherigen Ergebnisziffern. Anschließend multiplizieren Sie $9 \cdot 4 = 36$ und schreiben dies unter die 36.

$$\begin{array}{l} 956 \div 4 = 239 \\ -\underline{8} \\ \ \ 15 \\ -\underline{12} \\ \ \ \ \ 36 \\ \ \ \ \ 36 \end{array}$$

Jetzt subtrahieren Sie 36 – 36 = 0. Es gibt keine weiteren Ziffern mehr, die Sie von oben holen könnten, deshalb sind Sie fertig, und die Lösung (das heißt der *Quotient*) ist die Zahl rechts neben dem Gleichheitszeichen:

$$\begin{array}{l} 956 \div 4 = 239 \\ -\underline{8} \\ \ \ 15 \\ -\underline{12} \\ \ \ \ \ 36 \\ \ \ -\underline{36} \\ \ \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

Frage

Dividieren Sie 3 042 ÷ 5.

Antwort

608 R 2. Beginnen Sie damit, die Aufgabe wie folgt darzustellen:

$$3042 \div 5 =$$

Als Erstes fragen Sie, wie oft 5 in 3 geht. Die Antwort ist 0 – weil 5 nicht in 3 geht –, Sie schreiben also eine 0 neben das Gleichheitszeichen. Jetzt stellen Sie dieselbe Frage für die *beiden* ersten Ziffern des Divisors: Wie oft geht 5 in 30 – das heißt, was ist 30 ÷ 5? Die Lösung lautet 6, Sie schreiben also 6 rechts neben die 0 neben dem Gleichheitszeichen. Und so sieht der vollständige erste Zyklus aus:

$$\begin{array}{l} \;\;3042 \div 5 = 06 \\ -\underline{30} \\ \;\;\;\;04 \end{array}$$

Anschließend fragen Sie, wie oft 5 in 4 geht. Die Antwort ist 0 – weil 5 nicht in 4 geht –, Sie schreiben also wieder eine 0 rechts neben die letzte Ziffer hinter dem Gleichheitszeichen. Jetzt holen Sie die nächste Ziffer (2) und erhalten die Zahl 42:

$$\begin{array}{l} \;\;3042 \div 5 = 060 \\ -\underline{30} \\ \;\;\;\;042 \end{array}$$

Fragen Sie, wie oft 5 in 42 geht – also was ist42 ÷ 5? Die Antwort lautet 8 (mit ein bisschen Rest), der Zyklus kann also wie folgt fertiggestellt werden:

$$\begin{array}{l} \;\;3042 \div 5 = 0608 \;\leftarrow \text{Quotient} \\ -\underline{30} \\ \;\;\;\;042 \\ \;\;\;-\underline{40} \\ \;\;\;\;\;\;\;2 \;\leftarrow \text{Rest} \end{array}$$

Weil Sie keine weiteren Ziffern haben, die Sie herunterholen könnten, sind Sie fertig. Die Lösung (Quotient) steht rechts neben dem Gleichheitszeichen (Sie können die führende 0 weglassen), und der Rest steht unten in der Rechnung. Sie erhalten also 3 042 ÷ 5 = 608 Rest 2. Um Platz zu sparen, können Sie auch 608 R 2 schreiben.

Aufgabe 22

Dividieren Sie 741 ÷ 3.

Lösung

Aufgabe 23

Dividieren Sie 3 245 ÷ 5.

Lösung

Aufgabe 24

Dividieren Sie 91 390 ÷ 8.

Lösung

Aufgabe 25

Dividieren Sie 792 541 ÷ 9.

Lösung

Lösungen zu »Die Welt der Zahlen«

Nachfolgend finden Sie die Lösungen zu den Übungsaufgaben in diesem Kapitel.

1. Identifizieren Sie in der Zahl 7 359 die folgenden Ziffern:
   a) **9** ist die Einerziffer
   b) **5** ist die Zehnerziffer
   c) **3** ist die Hunderterziffer
   d) **7** ist die Tausenderziffer

2. **2 000 + 100 + 30 + 6 = 2 136.**

Millionen	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
			2	1	3	6

3. **0 + 3 000 + 800 + 0 + 9 = 3 809. Die erste 0 ist die führende 0, die zweite 0 ist der Platzhalter.**

Millionen	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
		0	3	8	0	9

4. **0 + 400 000 + 50 000 + 0 + 900 + 0 + 0 = 0 450 900. Die erste 0 ist eine führende Null, die drei weiteren Nullen sind Platzhalter.**

Millionen	Hundert-tausender	Zehn-tausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
0	4	5	0	9	0	0

5. Runden Sie die folgenden zweistelligen Zahlen auf den nächsten Zehner:
   a) 29 → **30**. Die Einerziffer ist 9, es wird also aufgerundet.
   b) 43 → **40**. Die Einerziffer ist 3, es wird also abgerundet.
   c) 75 → **80**. Die Einerziffer ist 5, es wird also aufgerundet.
   d) 95 → **100**. Die Einerziffer ist 5, es wird also aufgerundet.
6. Runden Sie die folgenden Zahlen auf den nächstgelegenen Zehner:
   a) 164 → **160**. Die Einerziffer ist 4, es wird also abgerundet.
   b) 765 → **770**. Die Einerziffer ist 6, es wird also aufgerundet.
   c) 1 989 → **1 990**. Die Einerziffer ist 9, es wird also aufgerundet.
   d) 9 999 995 → **10 000 000**. Die Einerziffer ist 5, es wird also aufgerundet und alle Neunen werden um eins weitergeschaltet.
7. Konzentrieren Sie sich auf die Hunderter- und Zehnerziffern, um auf den nächstgelegenen Hunderter zu runden:
   a) 439 → **400**. Die Zehnerziffer ist 3, es wird also abgerundet.
   b) 562 → **600**. Die Zehnerziffer ist 5, es wird also aufgerundet.
   c) 2 950 → **3 000**. Die Zehnerziffer ist 5, es wird also aufgerundet.
   d) 109 974 → **110 000**. Die Zehnerziffer ist 7, es wird also aufgerundet und alle Neunen werden um eins weitergeschaltet.
8. Konzentrieren Sie sich auf die Tausender- und Hunderterziffern, um auf den nächstgelegenen Tausender zu runden:
   a) 5 280 → **5 000**. Die Hunderterziffer ist 2, es wird also abgerundet.
   b) 77 777 → **78 000**. Die Hunderterziffer ist 7, es wird also aufgerundet.
   c) 1 234 567 → **1 235 000**. Die Hunderterziffer ist 5, es wird also aufgerundet.
   d) 1 899 999 → **1 900 000**. Die Hunderterziffer ist 9, es wird also aufgerundet und alle Neunen werden um eins weitergeschaltet.
9. Addieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:
   a) 4 + 7 = **11**. Der Ausdruck 4 + 7 bedeutet *Beginnen Sie bei 4 und gehen Sie um 7 nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 11.
   b) 9 + 8 = **17**. Der Ausdruck 9 + 8 bedeutet *Beginnen Sie bei 9 und gehen Sie um 8 nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 17.
   c) 12 + 0 = **12**. Der Ausdruck 12 + 0 bedeutet *Beginnen Sie bei 12 und gehen Sie um 0 nach rechts*. Damit bleiben Sie bei 12.

d) $4 + 6 + 1 + 5 =$ **16**. Der Ausdruck $4 + 6 + 1 + 5$ bedeutet *Beginnen Sie bei 4 und gehen Sie um 6, um 1 und um 5 nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 16.

10. Subtrahieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $10 - 6 =$ **4**. Der Ausdruck $10 - 6$ bedeutet *Beginnen Sie bei 10 und gehen Sie um 4 nach links*. Damit gelangen Sie zu 4.

b) $14 - 9 =$ **5**. Der Ausdruck $14 - 9$ bedeutet *Beginnen Sie bei 14 und gehen Sie um 9 nach links*. Damit gelangen Sie zu 5.

c) $18 - 18 =$ **0**. Der Ausdruck $18 - 18$ bedeutet *Beginnen Sie bei 18 und gehen Sie um 18 nach links*. Damit gelangen Sie zu 0.

d) $9 - 3 + 7 - 2 + 1 =$ **12**. Der Ausdruck $9 - 3 + 7 - 2 + 1$ bedeutet *Beginnen Sie bei 9 und gehen Sie um 3 nach links, 7 nach rechts, 2 nach link s und 1 nach rechts*. Damit gelangen Sie zu 12.

11. Multiplizieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $2 \cdot 7 =$ **14**. Sie beginnen bei 0 und zählen siebenmal um 2 weiter. Damit gelangen Sie zu 14.

b) $7 \cdot 2 =$ **14**. Sie beginnen bei 0 und zählen zweimal um 7 weiter. Damit gelangen Sie zu 14.

c) $4 \cdot 3 =$ **12**. Sie beginnen bei 0 und zählen dreimal um 4 weiter. Damit gelangen Sie zu 12.

d) $6 \cdot 1 =$ **6**. Sie beginnen bei 0 und zählen einmal um 6 weiter. Damit gelangen Sie zu 6.

e) $6 \cdot 0 =$ **0**. Sie beginnen bei 0 und zählen null Mal um 6 weiter. Damit bleiben Sie bei 0.

f) $0 \cdot 10 =$ **0**. Sie beginnen bei 0 und zählen zehnmal um 0 weiter. Damit bleiben Sie bei 0.

12. Dividieren Sie die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl:

a) $8 \div 2 =$ **4**. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 8. Jetzt unterteilen Sie dieses Segment gleichmäßig in zwei kleinere Teile. Jeder dieser Teile hat die Länge 4, die Lösung für die Aufgabe ist also 4.

b) $15 \div 5 =$ **3**. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 15. Jetzt unterteilen Sie dieses Segment gleichmäßig in fünf kleinere Teile. Jedes dieser Teile hat die Länge 3, die Lösung für die Aufgabe ist also 3.

c) $18 \div 3 =$ **6**. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 18. Jetzt unterteilen Sie dieses Segment gleichmäßig in drei kleinere Teile. Jedes dieser Teile hat die Länge 6, die Lösung für die Aufgabe ist also 6.

d) $10 \div 10 =$ **1**. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 10. Jetzt unterteilen Sie dieses Segment gleichmäßig in zehn kleinere Teile. Jedes dieser Teile hat die Länge 1, die Lösung für die Aufgabe ist also 1.

e) $7 \div 1 =$ **7**. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 7. Jetzt unterteilen Sie dieses Segment gleichmäßig in einen Teil (das heißt, Sie unterteilen es überhaupt nicht). Dieses Teil behält die Länge 7, die Lösung für die Aufgabe ist also 7.

f) $0 \div 2 = \mathbf{0}$. Kennzeichnen Sie auf dem Zahlenstrahl das Segment von 0 bis 0. Die Länge dieses Segments ist 0, es kann also nicht kleiner werden. Daran erkennen Sie, dass 0 dividiert durch *irgendeine* Zahl immer gleich 0 ist.

13. **252**

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1}\overset{2}{2}9 \\ 88 \\ +\ 35 \\ \hline 252 \end{array}$$

14. **3 189**

$$\begin{array}{r} 1\overset{2}{7}34 \\ 620 \\ 803 \\ +\quad 32 \\ \hline 3189 \end{array}$$

15. **362.**

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\cancel{4}}\overset{1}{1}9 \\ -\ 57 \\ \hline 362 \end{array}$$

16. **39 238**

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\cancel{4}}\,\overset{10}{\cancel{1}}\,\overset{9}{\cancel{0}}\,\overset{11}{\cancel{2}}\,\overset{1}{4} \\ -\ 1\,7\,8\,6 \\ \hline 3\,9\,2\,3\,8 \end{array}$$

17. **3 150**

$$\begin{array}{r} \underline{75 \cdot 42} \\ 300 \\ 150 \\ \hline 3150 \end{array}$$

18. **11 424**

$$\begin{array}{r} \underline{136 \cdot 84} \\ 1088 \\ 544 \\ \hline 11424 \end{array}$$

19. **699 840**

$$\begin{array}{r} \underline{1728 \cdot 405} \\ 6912 \\ 0000 \\ 8640 \\ \hline 699840 \end{array}$$

20. **6 835 504**

$$\begin{array}{r} \underline{8912 \cdot 767} \\ 62384 \\ 53472 \\ 62384 \\ \hline 6835504 \end{array}$$

21. **247**

$$\begin{array}{l} 741 \div 3 = 247 \\ -\underline{6} \\ 14 \\ -\underline{12} \\ 21 \\ -\underline{21} \\ 0 \end{array}$$

22. **649**

$$\begin{array}{l} 3245 \div 5 = 649 \\ -\underline{30} \\ 24 \\ -\underline{20} \\ 45 \\ -\underline{45} \\ 0 \end{array}$$

23. **11 423 R 6**

$$
\begin{array}{l}
91390 \div 8 = 11423 \quad R6 \\
\underline{-8} \\
11 \\
\underline{-8} \\
33 \\
\underline{-32} \\
19 \\
\underline{-16} \\
30 \\
\underline{-24} \\
6
\end{array}
$$

24. **88 060 R 1**

$$
\begin{array}{l}
792541 \div 9 = 88060 \quad R1 \\
\underline{-72} \\
72 \\
\underline{-72} \\
054 \\
-\underline{54} \\
01 \\
-\underline{0} \\
1
\end{array}
$$